ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜ. ΜΑΘ. & ΦΥΣ. ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΗΡΩΩΝ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 9
157 80 ΑΘΗΝΑ
Τηλ.: +(30-1)-772 3036 Fax: +(30-1)-772 3025
e-mail: kehagias@central.ntua.gr

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY
FACULTY OF APPLIED SCIENCES
PHYSICS DEPARTMENT
ZOGRAFOU CAMPUS
GR 157 80 ATHENS - GREECE
phone: +(30-1)-772 3036 Fax: +(30-1)7723025
e-mail: kehagias@central.ntua.gr

ΕΙΔΙΚΗ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ
21 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ
Διάρκεια Εξέτασης 2 ώρες
Θεματα ισοδύναμα

Θέμα 1. ~~(α)~~ Ένα διαστημόπλοιο ταξιδεύει από τη Γη προς ένα άστρο, με ταχύτητα, στο σύστημα αναφοράς της Γης, ίση με $V = \frac{3}{5}c$. Όταν το διαστημόπλοιο βρίσκεται σε απόσταση D από το άστρο, στο σύστημα της Γης, εκτοξεύει προς το άστρο ένα μικρότερο βοηθητικό σκάφος. Η ταχύτητα του σκάφους αυτού ως προς το διαστημόπλοιο είναι ίση με $\upsilon'_x = \frac{5}{13}c$. ~~Ποια είναι η ταχύτητα του σκάφους, υ_x, ως προς τη Γη; Σε πόσο χρόνο από την εκτόξευση του σκάφους, για έναν παρατηρητή μέσα στο σκάφος, θα φτάσει αυτό στο άστρο;~~

(β) Ποια είναι η ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου του οποίου η κινητική ενέργεια 2 MeV; Ποιος είναι ο λόγος της μάζας του προς τη μάζα ηρεμίας του;

[Για τη μάζα ηρεμίας του ηλεκτρόνιου είναι $M_0c^2 = 0{,}511$ MeV.]

$\cancel{v = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{D}{v_x'}}$

Θέμα 2. (α) Εξηγήστε γιατί είναι αδύνατο να συγκρουστεί ένα φωτόνιο με ένα ακίνητο ηλεκτρόνιο και να του δώσει όλη του την ενέργεια.

(β) Το σωματίδιο α είναι ένας πυρήνας ηλίου, αποτελούμενος από δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια. Να βρεθεί η ενέργεια σύνδεσης του σωματιδίου α. [Μάζες ηρεμίας: πρωτόνιο $m_p = 938{,}272$ MeV/c^2, νετρόνιο $m_n = 939{,}565$ MeV/c^2, σωματίδιο α $m_\alpha = 3727{,}379$ MeV/c^2.]

Θέμα 3. Ακίνητο σωματίδιο μάζας ηρεμίας M διασπάται σε ένα σωματίδιο μάζας ηρεμίας m και ένα φωτόνιο. Να βρεθούν οι ενέργειες αυτών των προϊόντων στο σύστημα αναφοράς του αρχικού σωματιδίου. ΑΔΟ - ΑΔΜΕ

Θέμα 4. Ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς ένα άλλο αδρανειακό σύστημα αναφοράς S. Οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$.

~~(α)~~ Στο σύστημα S, δύο συμβάντα απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Delta x = 600$ m και χρονικά κατά διάστημα $\Delta t = 1{,}2$ μs. ~~Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα ενός άλλου συστήματος, S'', ως προς το S, για να είναι σε αυτό ταυτόχρονα τα δύο συμβάντα; Ποια είναι η απόσταση των δύο συμβάντων στο S''~~;

~~(β)~~ Δείξετε πως, αν στο σύστημα S είναι $x = ct$ (φωτεινό κύμα), τότε και στο σύστημα S' θα είναι $x' = ct'$.

~~(γ)~~ Δείξετε, ότι το μέγεθος $s^2 = c^2t^2 - x^2$ είναι αναλλοίωτο κατά τον μετασχηματισμό του Λόρεντς.

$x' = ct' = c\gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$

$\cancel{x' = ct' = c\gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) = c\gamma t - c\gamma\frac{v}{c^2}x = c\gamma t - \gamma\frac{vx}{c}}$

$x' = \gamma(x - vt) = \gamma(ct - vt) = \gamma t(c - v) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}t(c - v) =$

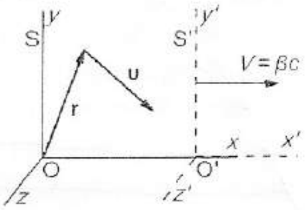
(β) Χρησιμοποιήστε τώρα τον μετασχηματισμό των πεδίων, για να βρείτε πάλι, στο σύστημα S΄, το ηλεκτρικό πεδίο και το μαγνητικό πεδίο στον χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή.

(γ) Θεωρήστε τώρα ότι ο πυκνωτής περιστρέφεται περί άξονα παράλληλο προς τον άξονα των z, ώστε οι οπλισμοί του να είναι παράλληλοι με το επίπεδο xz και το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσά τους να είναι $\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}\hat{\mathbf{y}}$. Υπολογίστε, στο σύστημα S΄, τα ίδια μεγέθη που ζητήθηκαν στο ερώτημα (α).

Τυπολόγιο

Σχετικιστική Κινηματική:

Μετασχηματισμός της θέσης: Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$, τότε:



$$x' = \gamma(x - Vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$$

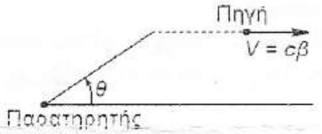
$$\text{όπου} \quad \beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Συστολή του μήκους: $\Delta l = \Delta l_0 / \gamma$ (Δl_0 = μήκος ηρεμίας, δηλ. για ράβδο ακίνητη)

Διαστολή του χρόνου: $\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$ (Δt_0 = ιδιοχρόνος, δηλ. για ρολόι ακίνητο)

Μετασχηματισμός της ταχύτητας: $\upsilon_x' = \dfrac{\upsilon_x - V}{1 - \dfrac{\upsilon_x V}{c^2}}$, $\quad \upsilon_y' = \dfrac{\upsilon_y}{\gamma\left(1 - \dfrac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}$, $\quad \upsilon_z' = \dfrac{\upsilon_z}{\gamma\left(1 - \dfrac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}$.

Φαινόμενο Doppler: $\lambda = \lambda_0 \dfrac{1 + \beta\cos\theta}{\sqrt{1-\beta^2}}$



Σχετικιστική Δυναμική:

$m_0 = m(0) \qquad m = m(\upsilon) = \gamma m_0 \qquad$ όπου $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}$, $\quad \upsilon$ = ταχύτητα του σωματιδίου

$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\upsilon} = \gamma m_0 \vec{\upsilon} \qquad E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 \qquad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$

Για φωτόνια: $\quad E = hf = \dfrac{hc}{\lambda} \qquad E = pc$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας: $p_x' = \gamma\left(p_x - VE/c^2\right) \quad p_y' = p_y \quad p_z' = p_z \quad E' = \gamma\left(E - Vp_x\right)$

Ισοδυναμία μάζας-ενέργειας: $\Delta E = \Delta m\,c^2$

Ηλεκτρομαγνητισμός:

Μετασχηματισμός του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου:

$$\mathcal{E}_x' = \mathcal{E}_x \qquad \mathcal{E}_y' = \gamma\left(\mathcal{E}_y - VB_z\right) \qquad \mathcal{E}_z' = \gamma\left(\mathcal{E}_z + VB_y\right)$$

$$B_x' = B_x \qquad B_y' = \gamma\left(B_y + V\mathcal{E}_z/c^2\right) \qquad B_z' = \gamma\left(B_z - V\mathcal{E}_y/c^2\right)$$

(Χρησιμοποιήσαμε το σύμβολο $\mathcal{E}$ για το ηλεκτρικό πεδίο για να μην το μπερδέψουμε με το E της ολικής ενέργειας.)

Προσεγγίσεις: Για μικρά x, $\quad \sqrt{1+x} \approx 1 + \dfrac{x}{2} \qquad \dfrac{1}{\sqrt{1+x}} \approx 1 - \dfrac{x}{2}$.