

ΣΧΟΛΗ Ε.Μ.Φ.Ε. - Ε.Μ.Π. - ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ

6^ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2015-16

Πέμπτη 29 Σεπτεμβρίου 2016 – 12:00 μ.μ.

Διδάσκων: Σ. Μαλτέζος

Ανοιχτό μόνο το βιβλίο του μαθήματος: «Εισαγωγή στην Ανάλυση Σήματος»

Γράφετε και τα 4 ισοδύναμα θέματα

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες

Προσοχή! Η ύπαρξη κινητών τηλεφώνων, iPhone, iPad και κάθε είδους ηλεκτρονικών συσκευών επικοινωνίας ή αποθήκευσης δεδομένων σε ορατό σημείο στη θέση του εξεταζόμενου κατά τη διάρκεια του διαγωνίσματος είναι αιτία μηδενισμού. Επίσης, προσωρινή έξοδος από την αίθουσα εξέτασης για οποιονδήποτε λόγο δεν επιτρέπεται.

Θέμα 1^ο

Η μορφολογία (υψομετρικό) μιας οριζόντιας επιφάνειας, για παράδειγμα της επιφάνειας ενός τραπέζιου από γρανίτη, έχει μετρηθεί μέσω Μικροσκοπίας Ατομικής Δύναμης (AFM) κατά μήκος μιας διάστασης μήκους L (πρακτικά της τάξης των δεκάδων nm) και καταγράφηκε το σήμα $h(x)$, όπου x μεταβλητή

θέσης, με μέση τιμή μηδενική, δηλαδή $\int_{-L/2}^{+L/2} h(x)dx = 0$. Σημειώνεται ότι στο πρόβλημα αυτό η μεταβλητή

του σήματος αναφέρεται στο πεδίο της θέσης x (αντί του χρόνου t) και στο πεδίο της χωρικής συχνότητας k - κυματικός αριθμός (αντί της συχνότητας ω).

α) Υποθέστε ότι το θεωρητικό φάσμα ισχύος έχει μοντελοποιηθεί και είναι, $S(k) = |F(k)|^2 = k^{-2(c+1)}$, όπου $F(k)$ ο Μετασχηματισμός Fourier (FT) του σήματος $h(x)$ και c μια σταθερά που σχετίζεται με την κατανομή των υψών της επιφάνειας. Βρείτε τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $R_{hh}(x)$ θέτοντας $c=1$ εξαρχής.

β) Υποθέστε τώρα ότι από τις πειραματικές μετρήσεις, λόγω πεπερασμένης περιοχής σάρωσης, το προκύπτον φάσμα ισχύος είναι και αυτό πεπερασμένο με $k_0 < k < k_1$. Βρείτε την έκφραση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης $R_{hh}(0)$, δηλαδή για $x=0$, η οποία εκφράζει το πλάτος της μέσης τετραγωνικής απόκλισης της τραχύτητας (rms roughness amplitude) της επιφάνειας $\langle h_{rms}^2 \rangle(k_0, k_1)$ και δώστε ένα προσεγγιστικό τελικό αποτέλεσμα για $c=1$ και θεωρώντας ότι $k_0 \ll k_1$.

Υπόδειξη: Για το ερώτημα (β) ακολουθήστε την ίδια μεθοδολογία με το ερώτημα (α), δηλαδή μέσω FT με πεπερασμένα όρια.

Δίνεται για πληρότητα και όχι για να εφαρμοστεί ως έχει: Ο γενικός ορισμός του πλάτους μέσης

τετραγωνικής απόκλισης της τραχύτητας, $R_{hh}(0, L_1, L_2) \equiv \langle h_{rms}^2 \rangle(L_1, L_2) = \frac{1}{L_2 - L_1} \int_{L_1}^{L_2} h^2(x_0) dx_0$ στο πεδίο της

θέσης, μέγεθος αντίστοιχο της ισχύος (ουσιαστικά μέσης ισχύος) στο πεδίο του χρόνου.

Θέμα 2^ο

Να δείξετε ότι ισχύει, $|t| \leftrightarrow -\frac{2}{\omega^2}$.

Θέμα 3^ο

Η απόκριση συχνότητας ενός συστήματος είναι, $H(\omega) = \frac{1 - ae^{-j\omega}}{1 - 2ae^{-j\omega}}$, $0 < a < 1$. Να βρείτε την κρουστική απόκριση, $g(n)$, του αντίστροφου συστήματος.

Θέμα 4^ο

Έστω το αναλογικό σήμα $x(t) = \sin(\pi t) + 4\sin(3\pi t)\cos(2\pi t)$, όπου ο χρόνος είναι σε ms.

α) Ποιες συχνότητες, F , περιέχει το σήμα αυτό;

β) Το σήμα αυτό ικανοποιεί τις προϋποθέσεις εφαρμογής του θεωρήματος δειγματοληψίας. Εξηγήστε. Αν ναι, ποια είναι η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας, F_s , για ασφαλή ανακατασκευή του σήματος;

γ) Περιγράψτε το τι θα προκύψει από πλευράς ανακατασκευής του σήματος από τα δείγματά του αν επιλέξουμε συχνότητα δειγματοληψίας $F_s = 3\text{ kHz}$.

Δίνεται: Η σχέση προσδιορισμού των ψευδών αντιγράφων συχνοτήτων λόγω του σφάλματος επικάλυψης (aliasing): $F_k = F_0 - kF_s$ με $k = \pm 1, \pm 2, \dots$, όπου ω_0 η μέγιστη συχνότητα, γνωστή και ως Nyquist frequency.

Καλή Επιτυχία !