Άσκηση 27

Σκοπός είναι να δείξουμε ότι για έναν απειροστό Lorentz μετασχηματισμό $\Lambda^{\mu}{}_{\nu} = \delta^{\mu}_{\nu} + \epsilon^{\mu}{}_{\nu}$, η παράσταση $S_L = 1 - (i/4)\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}$ πληρεί τη σχέση

$$S_L^{-1}\gamma^{\sigma}S_L = \gamma^{\tau}\Lambda^{\sigma}{}_{\tau}$$

Ξεκινώντας με το αριστερό μέλος της ισότητας, έχουμε ότι αφού

$$S_L = e^{-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}} \approx 1 - \frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}$$

τότε θα ισχύει ότι

$$S_L^{-1} = e^{\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}} \approx 1 + \frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}$$

και επομένως

$$\begin{aligned} S_L^{-1}\gamma^{\sigma}S_L &\approx \Big(1 + \frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}\Big)\gamma^{\sigma}\Big(1 - \frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}\Big) \\ &= \gamma^{\sigma} + \frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu}\big(\sigma_{\mu\nu}\gamma^{\sigma} - \gamma^{\sigma}\sigma_{\mu\nu}\big) + \mathcal{O}\Big((\sigma\epsilon)^2\Big) \\ &\approx \gamma^{\sigma} + \frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu}\big(\sigma_{\mu\nu}\gamma^{\sigma} - \gamma^{\sigma}\sigma_{\mu\nu}\big) \end{aligned}$$

Όμως, ισχύει ότι $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)(\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma_{\mu})$ και άρα θα έχουμε ότι

$$\big(\sigma_{\mu\nu}\gamma^{\sigma} - \gamma^{\sigma}\sigma_{\mu\nu}\big) = \frac{i}{2}\big(\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}\gamma^{\sigma} - \gamma_{\nu}\gamma_{\mu}\gamma^{\sigma} - \gamma^{\sigma}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} + \gamma^{\sigma}\gamma_{\nu}\gamma_{\mu}\big)$$

της οποίας ισότητας αναλύουμε τους παρακάτω όρους (με βάση την άλγεβρα Clifford):

$$\begin{aligned} -\gamma^{\sigma}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} &= -\gamma^{\sigma}g_{\mu\rho}\gamma^{\rho}\gamma_{\nu} = -g_{\mu\rho}\gamma^{\sigma}\gamma^{\rho}\gamma_{\nu} = -g_{\mu\rho}(2g^{\sigma\rho} - \gamma^{\rho}\gamma^{\sigma})\gamma_{\nu} \\ &= \big(-2\delta^{\sigma}_{\mu} + \gamma_{\mu}\gamma^{\sigma}\big)\gamma_{\nu} = -2\delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu} + \gamma_{\mu}\gamma^{\sigma}\gamma_{\nu} = -2\delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu} + \gamma_{\mu}\gamma^{\sigma}g_{\nu\kappa}\gamma^{\kappa} \\ &= -2\delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu} + \gamma_{\mu}g_{\nu\kappa}(2g^{\sigma\kappa} - \gamma^{\kappa}\gamma^{\sigma}) = -2\delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu} + \gamma_{\mu}(2\delta^{\sigma}_{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma^{\sigma}) \\ &= -2\delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu} + 2\delta^{\sigma}_{\nu}\gamma_{\mu} - \gamma_{\mu}\gamma_{\nu}\gamma^{\sigma} \end{aligned}$$

$$\gamma^{\sigma}\gamma_{\nu}\gamma_{\mu} = 2\delta^{\sigma}_{\nu}\gamma_{\mu} - 2\delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu} + \gamma_{\nu}\gamma_{\mu}\gamma^{\sigma}$$

και άρα

$$\big(\sigma_{\mu\nu}\gamma^{\sigma} - \gamma^{\sigma}\sigma_{\mu\nu}\big) = 2i\big(\delta^{\sigma}_{\nu}\gamma_{\mu} - \delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu}\big)$$

οπότε

$$\begin{aligned} S_L^{-1}\gamma^{\sigma}S_L &\approx \gamma^{\sigma} - \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu}\big(\delta^{\sigma}_{\nu}\gamma_{\mu} - \delta^{\sigma}_{\mu}\gamma_{\nu}\big) = \gamma^{\sigma} - \frac{1}{2}\big(\epsilon^{\mu\sigma}\gamma_{\mu} - \epsilon^{\sigma\nu}\gamma_{\nu}\big) \\ &= \gamma^{\sigma} - \frac{1}{2}\big(-\epsilon^{\sigma\mu}\gamma_{\mu} - \epsilon^{\sigma\nu}\gamma_{\nu}\big) = \gamma^{\sigma} + \frac{1}{2}\big(\epsilon^{\sigma\mu}\gamma_{\mu} + \epsilon^{\sigma\nu}\gamma_{\nu}\big) \\ &= \gamma^{\sigma} + \epsilon^{\sigma\mu}\gamma_{\mu} = \gamma^{\sigma} + \epsilon^{\sigma}{}_{\tau}g^{\tau\mu}\gamma_{\mu} = \gamma^{\sigma} + \epsilon^{\sigma}{}_{\tau}\gamma^{\tau} \end{aligned}$$

Όμως, το δεξί μέλος της αρχικής απαίτησης γράφεται:

$$\gamma^\tau \Lambda^\sigma{}_\tau = \gamma^\tau (\delta^\sigma_\tau + \epsilon^\sigma{}_\tau) = \gamma^\sigma + \epsilon^\sigma{}_\tau \gamma^\tau$$

και επομένως η παράσταση S_L ικανοποιεί την αρχική απαίτηση. Θα δείξουμε τώρα ότι

$$S_L^{-1} = \gamma^0 S_L^\dagger \gamma^0$$

και θα ξεκινήσουμε βρίσκοντας

$$S_L^\dagger = 1 + \frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu\dagger}\sigma_{\mu\nu}^\dagger$$

Επομένως,

$$\begin{aligned}
\gamma^0 \sigma_{\mu\nu}^\dagger \gamma^0 &= -\frac{i}{2}\gamma^0 \Big(\gamma_\nu^\dagger \gamma_\mu^\dagger - \gamma_\mu^\dagger \gamma_\nu^\dagger\Big)\gamma^0 \\
&= -\frac{i}{2}\Big(\gamma^0 \gamma_\nu^\dagger \gamma_\mu^\dagger \gamma^0 - \gamma^0 \gamma_\mu^\dagger \gamma_\nu^\dagger \gamma^0\Big)
\end{aligned}$$

όπου

$$\begin{aligned}
\gamma^0 \gamma_\nu^\dagger \gamma_\mu^\dagger \gamma^0 &= \big(\gamma^0 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma^0\big)^\dagger = \big(\gamma^0 g_{\mu\rho}\gamma^\rho g_{\nu\sigma}\gamma^\sigma \gamma^0\big)^\dagger \\
&= g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}\big(\gamma^0 \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma^0\big)^\dagger = g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}\big(\gamma^0 \gamma^\rho \gamma^0 \gamma^0 \gamma^\sigma \gamma^0\big)^\dagger \\
&= g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}\Big(\gamma^{\rho\dagger}\gamma^{\sigma\dagger}\Big)^\dagger = g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}\gamma^\sigma \gamma^\rho \\
&= \gamma_\nu \gamma_\mu
\end{aligned}$$

$$\gamma^0 \gamma_\mu^\dagger \gamma_\nu^\dagger \gamma^0 = \gamma_\mu \gamma_\nu$$

για το οποίο χρησιμοποιήσαμε την ιδιότητα $\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$. Έπεται ότι

$$\gamma^0 \sigma_{\mu\nu}^\dagger \gamma^0 = -\frac{i}{2}\big(\gamma_\nu \gamma_\mu - \gamma_\mu \gamma_\nu\big) = \sigma_{\mu\nu}$$

και επομένως

$$\begin{aligned}
\gamma^0 S_L^\dagger \gamma^0 &= \gamma^0 \Big(1 + \frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu\dagger}\sigma_{\mu\nu}^\dagger\Big)\gamma^0 \\
&= 1 + \frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu\dagger}\gamma^0 \sigma_{\mu\nu}^\dagger \gamma^0 \\
&= 1 + \frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} = 1 + \frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu}
\end{aligned}$$

αφού $\epsilon^{\mu\nu}$ είναι απλά το σύμβολο Levi-Civita σε δύο διαστάσεις με χρήση δεικτών. Επιπλέον, ισχύει ότι $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$ και επομένως:

$$\begin{aligned}
\gamma^5\big(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu\big) &= \gamma^5 \gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma^5 \gamma_\nu \gamma_\mu = g_{\mu\rho}\gamma^5 \gamma^\rho \gamma_\nu - g_{\nu\sigma}\gamma^5 \gamma^\sigma \gamma_\mu \\
&= -g_{\mu\rho}\gamma^\rho \gamma^5 \gamma_\nu + g_{\nu\sigma}\gamma^\sigma \gamma^5 \gamma_\mu = g_{\mu\rho} g_{\nu\kappa}\gamma^\rho \gamma^\kappa \gamma^5 - g_{\nu\sigma} g_{\mu\tau}\gamma^\sigma \gamma^\tau \gamma^5 \\
&= \big(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu\big)\gamma^5
\end{aligned}$$

Έπεται ότι $\gamma^5 S_L = S_L \gamma^5$.

Άσκηση 28

Θα έχουμε ότι

$$\bar{u}_f i\sigma^{\mu\nu}(p_f - p_i)_\nu u_i = -\frac{1}{2}\bar{u}_f[\gamma^\mu, \gamma^\nu](p_f - p_i)_\nu u_i$$

όμως ισχύει ότι

$$\begin{aligned} i\sigma^{\mu\nu} &= -\frac{1}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) = -\frac{1}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - 2g^{\mu\nu} + \gamma^\mu\gamma^\nu) \\ &= g^{\mu\nu} - \gamma^\mu\gamma^\nu \\ &= g^{\mu\nu} - 2g^{\mu\nu} + \gamma^\nu\gamma^\mu \\ &= \gamma^\nu\gamma^\mu - g^{\mu\nu} \end{aligned}$$

οπότε η αρχική εξίσωση γίνεται

$$\begin{aligned} \bar{u}_f i\sigma^{\mu\nu}(p_f - p_i)_\nu u_i &= \bar{u}_f\Big(\gamma^\nu\gamma^\mu p_{f_\nu} - g^{\mu\nu}p_{f_\nu} - g^{\mu\nu}p_{i_\nu} + \gamma^\mu\gamma^\nu p_{i_\nu}\Big)u_i \\ &= \bar{u}_f\Big(\gamma^\nu p_{f_\nu}\gamma^\mu - \big(p_f + p_i\big)^\mu + \gamma^\mu\gamma^\nu p_{i_\nu}\Big)u_i \\ &= \bar{u}_f\Big(\not{p}_f\gamma^\mu - \big(p_f + p_i\big)^\mu + \gamma^\mu\not{p}_i\Big)u_i \end{aligned}$$

Η Hamiltonian του Dirac για αρχική τετραορμή p_i^μ γράφεται

$$(\not{p}_i - m)u_i = 0 \iff \not{p}_i u_i = m u_i$$

ενώ η adjoint της για τελική τετραορμή p_f^μ είναι

$$\bar{u}_f(\not{p}_f - m) = 0 \iff \bar{u}_f\not{p}_f = m\bar{u}_f$$

οπότε έχουμε

$$\begin{aligned} \bar{u}_f i\sigma^{\mu\nu}(p_f - p_i)_\nu u_i &= \bar{u}_f\big(m\gamma^\mu - \big(p_f + p_i\big)^\mu + \gamma^\mu m\big)u_i \\ &= -\bar{u}_f\big(p_f + p_i\big)^\mu u_i + 2m\bar{u}_f\gamma^\mu u_i \end{aligned}$$

και επομένως

$$\bar{u}_f\gamma^\mu u_i = \frac{1}{2m}\bar{u}_f\big(\big(p_f + p_i\big)^\mu + i\sigma^{\mu\nu}(p_f - p_i)_\nu\big)u_i$$

Άσκηση 29

- $\mathrm{tr}(\mathbb{I}_4) = \sum_{i=1}^4 \mathbb{I}_{ii} = 4$

- $\operatorname{tr}(\gamma^\mu) = 0$. Γνωρίζουμε ότι $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$ και ότι $(\gamma^5)^2 = \mathbb{I}_4$. Επομένως, για n αντιμεταθέσεις του γ^5 με τους υπόλοιπους γ πίνακες θα ισχύει

$$\begin{aligned}
\operatorname{tr}\left(\overbrace{\gamma^\mu\gamma^\nu \dots \gamma^\xi}^{n\text{-πλήθος}}\right) &= \operatorname{tr}\left(\gamma^5\gamma^5\overbrace{\gamma^\mu\gamma^\nu \dots \gamma^\xi}^{n\text{-πλήθος}}\right) \\
&= (-1)^n \operatorname{tr}\left(\gamma^5\overbrace{\gamma^\mu\gamma^\nu \dots \gamma^\xi}^{n\text{-πλήθος}}\gamma^5\right) \\
&= (-1)^n \operatorname{tr}\left(\gamma^5\gamma^5\overbrace{\gamma^\mu\gamma^\nu \dots \gamma^\xi}^{n\text{-πλήθος}}\right) \\
&= (-1)^n \operatorname{tr}\left(\overbrace{\gamma^\mu\gamma^\nu \dots \gamma^\xi}^{n\text{-πλήθος}}\right)
\end{aligned}$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η κυκλική ιδιότητα του ίχνους για να επιστρέψει ο τελευταίος γ^5 στην αρχή. Έπεται ότι για n περιττό, $(-1)^n = -1$ και άρα το ίχνος περιττού αριθμού γ πινάκων είναι μηδενικό. Αποδείξαμε έτσι και τη δεύτερη, αλλά και την τρίτη ιδιότητα των ιχνών.

- $\operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$. Ξεκινάμε με την απλά παρατήρηση:

$$\begin{aligned}
\operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) &= \operatorname{tr}(2g^{\mu\nu}\mathbb{I}_4 - \gamma^\nu\gamma^\mu) = 2g^{\mu\nu}\operatorname{tr}(\mathbb{I}_4) - \operatorname{tr}(\gamma^\nu\gamma^\mu) \\
&= 8g^{\mu\nu} - \operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) \\
\iff 2\operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) &= 8g^{\mu\nu}
\end{aligned}$$

και επομένως $\operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$. Είναι προφανές ότι

$$\operatorname{tr}(\not{a}\not{b}) = \operatorname{tr}\big(\gamma^\mu a_\mu \gamma^\nu b_\nu\big) = a_\mu b_\nu \operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}a_\mu b_\nu = 4a^\nu b_\nu$$

- $\operatorname{tr}\Big(\not{a}_1\not{a}_2\not{a}_3\not{a}_4\Big) = 4(\dots)$. Θα έχουμε ότι

$$\begin{aligned}
\operatorname{tr}(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) &= a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma \operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) = a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma \operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu(2g^{\rho\sigma} - \gamma^\sigma\gamma^\rho)) \\
&= a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma (2g^{\rho\sigma}\operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) - \operatorname{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\rho)) \\
&= a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma (8g^{\rho\sigma}g^{\mu\nu} - \operatorname{tr}(\gamma^\mu(2g^{\nu\sigma} - \gamma^\sigma\gamma^\nu)\gamma^\rho)) \\
&= \dots \\
&= a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma (8g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - 8g^{\nu\sigma}g^{\mu\rho} + 8g^{\nu\rho}g^{\mu\sigma} - \operatorname{tr}(\gamma^\sigma\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho)) \\
\iff \operatorname{tr}(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) &= 4a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma (g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\nu\sigma}g^{\mu\rho} + g^{\nu\rho}g^{\mu\sigma}) \\
&= 4\big(a^\nu b_\nu c^\sigma d_\sigma - b^\sigma d_\sigma a^\rho c_\rho + b^\rho c_\rho a^\sigma d_\sigma\big)
\end{aligned}$$

και άρα το ζητούμενο αποδείχθηκε.

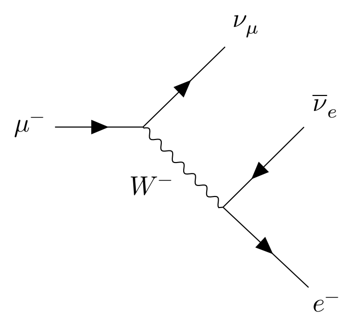
- $\operatorname{tr}(\gamma^5) = \operatorname{tr}(\gamma^0\gamma^0\gamma^5) = -\operatorname{tr}(\gamma^0\gamma^5\gamma^0) = -\operatorname{tr}(\gamma^0\gamma^0\gamma^5) = -\operatorname{tr}(\gamma^5)$ και αυτό $\implies \operatorname{tr}(\gamma^5) = 0$.

- $\mathrm{tr}(\gamma^5 \not{a}\not{b}) = 0$. Για να το δείξουμε αυτό εισάγουμε δύο γ^α πίνακες με $\alpha \neq \mu, \nu$, έτσι ώστε να αντιμετατίθενται με τους $\gamma^\mu, \gamma^\nu, \gamma^5$. Επομένως,

$$\begin{aligned}
\mathrm{tr}(\gamma^5 \not{a}\not{b}) &= \pm a_\mu b_\nu \,\mathrm{tr}(\gamma^\alpha\gamma^\alpha\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) \\
&= \mp a_\mu b_\nu \,\mathrm{tr}(\gamma^\alpha\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha) \\
&= \mp a_\mu b_\nu \,\mathrm{tr}(\gamma^\alpha\gamma^\alpha\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) \\
&= \mp \,\mathrm{tr}(\gamma^5 \not{a}\not{b}) \\
\iff \mathrm{tr}(\gamma^5 \not{a}\not{b}) &= 0
\end{aligned}$$

Άσκηση 30

Έχουμε το ακόλουθο διάγραμμα Feynman: όπου



$$\mathcal{M} = G(\bar{u}_{\nu_\mu}\gamma^\mu u_{\mu^-})(\bar{u}_{e^-}\gamma^\nu u_{\bar{\nu}_e})$$

με G σταθερά σύζευξης ασθενούς αλλ/σης. Ας αναπτύξουμε τώρα την ελικότητα κάθε όρου αλλ/σης ξεκινώντας με το $(\bar{u}_{\nu_\mu}\gamma^\mu u_{\mu^-})$. Αφού $u = u_R + u_L$ θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
\bar{u}_{\nu_\mu}\gamma^\mu u_{\mu^-} &= \bar{u}_R^{(\nu_\mu)}\gamma^\mu u_R^{(\mu^-)} + \bar{u}_R^{(\nu_\mu)}\gamma^\mu u_L^{(\mu^-)} + \bar{u}_L^{(\nu_\mu)}\gamma^\mu u_R^{(\mu^-)} + \bar{u}_L^{(\nu_\mu)}\gamma^\mu u_L^{(\mu^-)} \\
&= \bar{u}_{\nu_\mu} P_L\gamma^\mu P_R u_{\mu^-} + \bar{u}_{\nu_\mu} P_L\gamma^\mu P_L u_{\mu^-} + \bar{u}_{\nu_\mu} P_R\gamma^\mu P_R u_{\mu^-} + \bar{u}_{\nu_\mu} P_R\gamma^\mu P_L u_{\mu^-}
\end{aligned}$$

όμως οι όροι $P_{R(L)}\gamma^\mu P_{R(L)}$ μηδενίζονται, καθώς (αγνοώντας τη σταθερά 1/4 που προκύπτει):

$$\begin{aligned}
P_{R(L)}\gamma^\mu P_{R(L)} &= (1 \pm \gamma^5)\gamma^\mu(1 \pm \gamma^5) \\
&= \gamma^\mu \pm \gamma^\mu\gamma^5 \pm \gamma^5\gamma^\mu + \gamma^5\gamma^\mu\gamma^5 \\
&= \gamma^\mu \pm \cancel{\gamma^\mu\gamma^5} \mp \cancel{\gamma^\mu\gamma^5} - \gamma^\mu\gamma^5\gamma^5 \\
&= \gamma^\mu - \gamma^\mu = 0
\end{aligned}$$

Επομένως,

$$\bar{u}_{\nu_\mu}\gamma^\mu u_{\mu^-} = \bar{u}_{\nu_\mu} P_L\gamma^\mu P_R u_{\mu^-} + \bar{u}_{\nu_\mu} P_R\gamma^\mu P_L u_{\mu^-}$$

όμως $\bar{u}_{\nu_\mu} P_L = \bar{u}_R^{(\nu_\mu)} = 0$ με την παραδοχή ότι η πιθανότητα για δεξιόστροφα νετρίνα είναι ≈ 0. Συνεπώς:

$$\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma^\mu u_{\mu^-} = \bar{u}_{\nu_\mu} P_R \gamma^\mu P_L u_{\mu^-}$$

και άρα το μ^- είναι αριστερόχειρο. Πάμε στον επόμενο όρο $\bar{u}_{e^-} \gamma^\nu u_{\bar{\nu}_e}$. Κατα τα ίδια καταλήγουμε σε

$$\bar{u}_{e^-} \gamma^\nu u_{\bar{\nu}_e} = \bar{u}_{e^-} P_L \gamma^\nu P_R u_{\bar{\nu}_e} = \bar{u}_L^{(e^-)} \gamma^\nu u_R^{(\bar{\nu}_e)}$$

και άρα η σταθερή θετική ελικότητα του αντινετρίνου και το ηλεκτρόνιο θα είναι αριστερόστροφο, το οποίο είναι και αναμενόμενο, αφού η ασθενής αλλ/ση είναι αλλ/ση μεταξύ αριστερόστροφων σωματιδίων. Τέλος, αν το ηλεκτρόνιο είναι αριστερόστροφο, το ποζιτρόνιο θα είναι δεξιόστροφο ως αντισωματίδιο