

Θεωρία Yukawa

- **Yukawa:** στην προσπάθεια να εξηγήσει τις δυνάμεις μεταξύ n-p στον πυρήνα έφτασε στο συμπέρασμα ότι η εμβέλεια της δύναμης εξαρτάται από τη μάζα, m , του κβάντου. $\Delta t \leq \hbar/mc^2 \Rightarrow R \approx c\Delta t \leq \hbar/mc$
- Η εξίσωση Klein-Gordon περιγράφει τη διάδοση στο κενό σωματιδίου μάζας m χωρίς spin.

$$\nabla^2 \Psi - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \Psi - \hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0$$

για $m=0 \rightarrow$ κυματική εξίσωση H/M κύματος. Ψ δυναμικό σημείου στο χώρο ή πλάτος κύματος (φωτονίου)

Αγνοώντας το χρονοεξαρτώμενο μέρος \rightarrow σφαιρικά συμμετρική εξίσωση για στατικό δυναμικό $U(r)$ για $r>0$ και πηγή στο $r=0$

$$\nabla^2 U(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{mc^2}{\hbar^2} U(r)$$

ολοκληρώνοντας έχουμε:

$$U(r) = \frac{g_0}{4\pi r} e^{-r/R} \quad \text{όπου} \quad R = \frac{\hbar}{mc}$$

Θεωρία Yukawa

$$U(r) = \frac{g_0}{4\pi r} e^{-r/R} \quad \text{όπου} \quad R = \frac{\hbar}{mc}$$

- Η σταθερά g_0 προκύπτει ως σταθερά ολοκλήρωσης και ταυτίζεται με την ισχύ σημειακής πηγής στο κέντρο.
- Ανάλογα στον H/M έχουμε $\nabla^2 U(r) = 0$ με λύση $U(r) = Q/4\pi r$
- Θα μπορούσαμε να πούμε ότι το g_0 της Θεωρίας Yukawa παίζει το ρόλο του Q του $H/M \rightarrow$ το μέτρο του "ισχυρού πυρηνικού φορτίου".
- R η εμβέλεια του πεδίου
- Γνωρίζοντας ότι $R \approx 10^{-15}$ m μπορούμε να προβλέψουμε τη μάζα του διαδότη.

$$R = \frac{\hbar}{mc} \Rightarrow mc = \frac{\hbar}{R} \Rightarrow mc^2 = \frac{\hbar c}{R} \Rightarrow mc^2 \approx \frac{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{1.4 \text{ fm}} \approx 140 \text{ MeV}$$

Θεωρία Yukawa

1935

Yukawa's meson hypothesis - nuclear force due to exchange of particles with mass (**mesons**).

1937

μ lepton (muon) discovered by Carl Anderson and Seth Nedermeyer. Initially assumed to be Yukawa's meson but it was too penetrating.

1946

Charged π meson (pion) discovered by Cecil Powell. The previous μ produced from π decays via $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$.



1950

Neutral pion (π^0) discovered via $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.



Hideki Yukawa



Cecil Powell

Σκέδαση σωματιδίου από κεντρικό δυναμικό

- Η επίδραση κεντρικού δυναμικού εκδηλώνεται στη γωνιακή απόκλιση του σωματιδίου ή ισοδύναμα σαν μεταφορά ορμής \vec{q}
- Έστω $f(\vec{q})$ το πλάτος σκέδασης. Η $f(\vec{q})$ δίνεται από τον μετασχηματισμό Fourier:

$$f(\vec{q}) = g \int U(r) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} dV$$

g: ισχύς σύζευξης του σωματιδίου με το δυναμικό

(ανάλογα στην οπτική η γωνιακή κατανομή του φωτός από ένα εμπόδιο είναι ο μετασχηματισμός Fourier του εμποδίου)

- Θέτουμε $\vec{q} \cdot \vec{r} = qr \cos \theta$ και $dV = r^2 d\phi \sin \theta d\theta dr$

για $U(r)$ τύπου Yukawa και $\hbar=c=1$ έχουμε

$$f(\vec{q}) = 4\pi g \int_0^\infty U(r) \frac{\sin qr}{qr} r^2 dr = g_0 g \int_0^\infty e^{-mr} \left(\frac{e^{iqr} - e^{-iqr}}{2iq} \right) dr$$

$$\Rightarrow f(\vec{q}) = \frac{g_0 g}{|\vec{q}|^2 + m^2}$$

Αυτή είναι η έκφραση του δυναμικού στο χώρο των ορμών. Οι δύο περιγραφές είναι ισοδύναμες

Μποζονικός διαδότης

- Το πλάτος σκέδασης που οφείλεται σε ανταλλαγή μποζονίου είναι το γινόμενο των παραγόντων g και g_0 , οι οποίοι περιγράφουν τη σύζευξη του μποζονίου με το σκεδαζόμενο και το σκεδάζον σωματίδιο, με τον όρο του διαδότη $1/(q^2 + m^2)$
- Στην πραγματικότητα υπάρχει μεταφορά ενέργειας E και ορμής $\Delta p = q$ και στην παραπάνω σχέση q είναι η μεταφορά 4-ορμής.

$$f(\vec{q}) = \frac{g_0 g}{|\vec{q}|^2 + m^2} \quad \longrightarrow \quad f(q) = \frac{g_0 g}{q^2 + m^2}$$
$$q^2 = \Delta p^2 - E^2$$

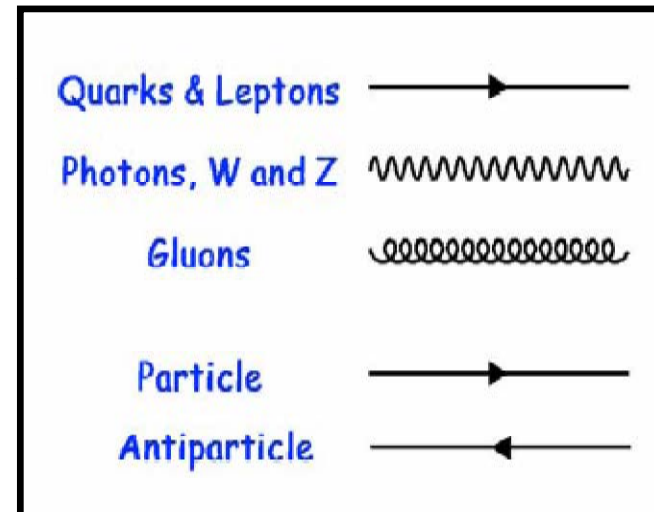
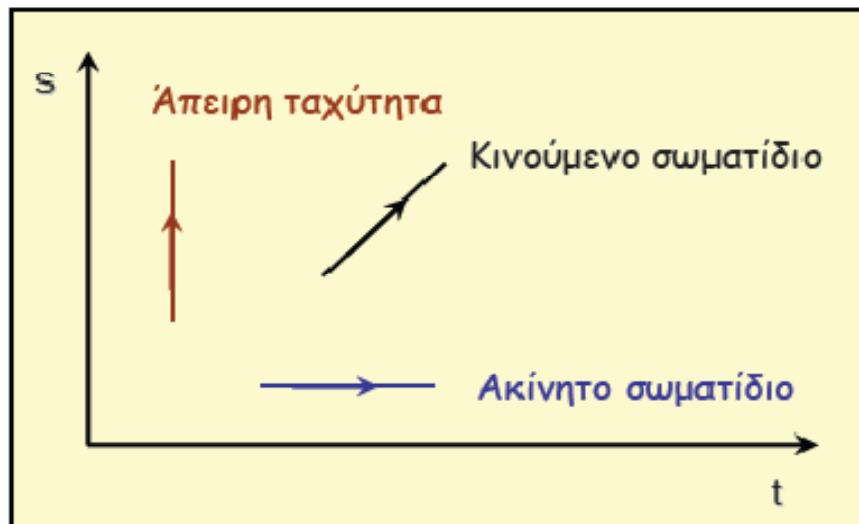
για κέντρο σκέδασης πολύ μεγάλης μάζας

$$q^2 \equiv |\vec{q}|^2$$

Η ενεργός διατομή σκέδασης $\sim |f(q)|^2$

Διαγράμματα Feynman

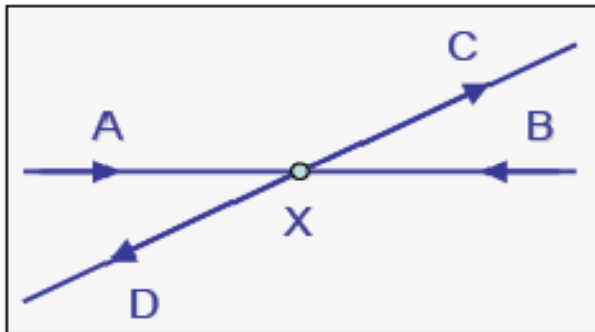
- πρόκειται για διαγράμματα παράστασης της διαδικασίας κάποιας αλληλεπίδρασης
- ο χρόνος εξελίσσεται οριζόντια και ο χώρος κατακόρυφα
- τα βέλη δείχνουν τη φορά κίνησης των σωματιδίων που πλησιάζουν ή απομακρύνονται από τις κορυφές
- εισερχόμενα σωματίδια ισοδυναμούν με εξερχόμενα αντισωματίδια



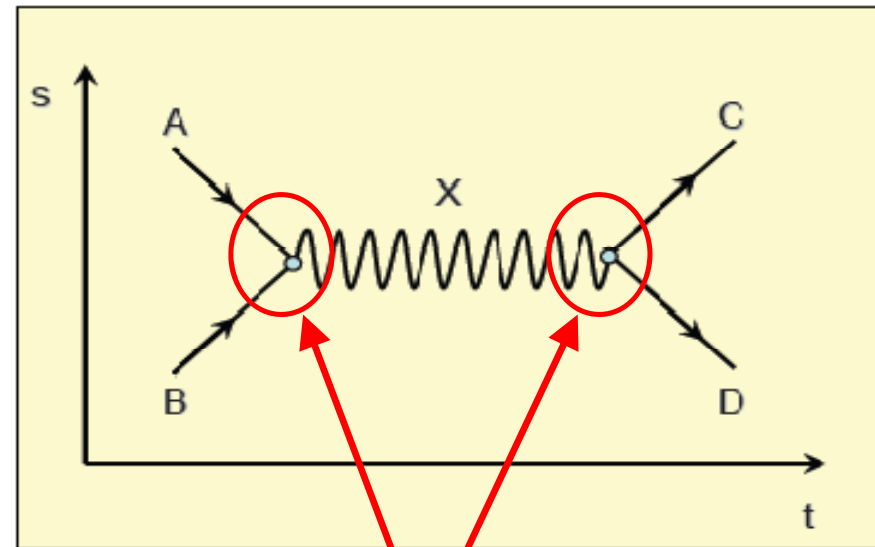
Γ. Τσιπολίτης

Διαγράμματα εξαΰλωσης και σχηματισμού

- τα σωματίδια A & B συγκρούονται σχηματίζοντας ένα ενδιάμεσο σωματίδιο X που στη συνέχεια διασπάται στα C και D



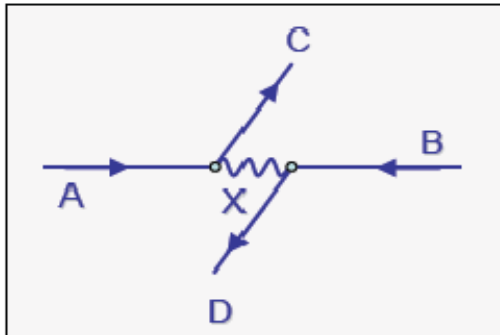
Αντίδραση όπως φαίνεται
στο σύστημα εργαστηρίων



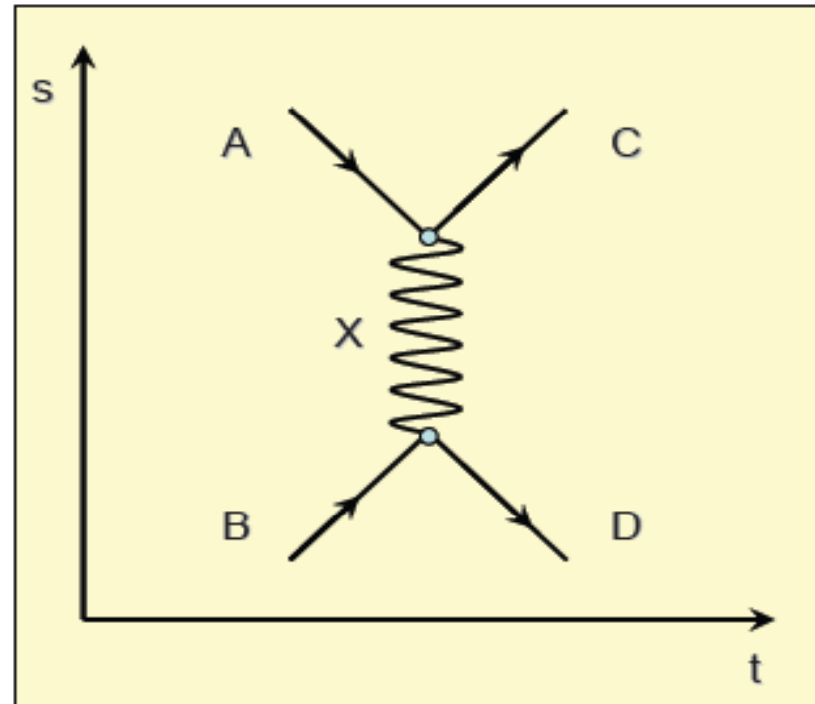
σε κάθε κορυφή διατηρείται
το φορτίο

Διαγράμματα ανταλλαγής

- Ένα σωματίδιο A σκεδάζεται από ένα σωματίδιο B ανταλλάσσοντας ένα ενδιάμεσο σωματίδιο X και μετασχηματίζονται στα C και D

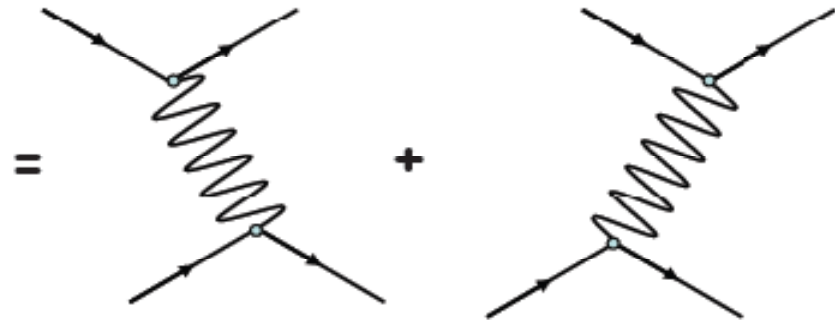
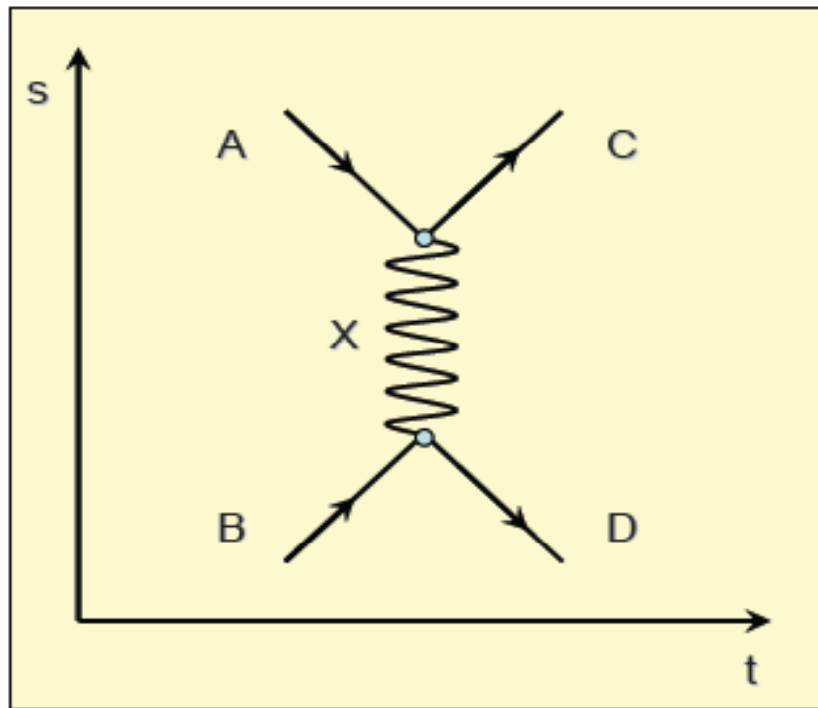


Αντίδραση όπως φαίνεται
στο σύστημα εργαστηρίου



Διαγράμματα ανταλλαγής

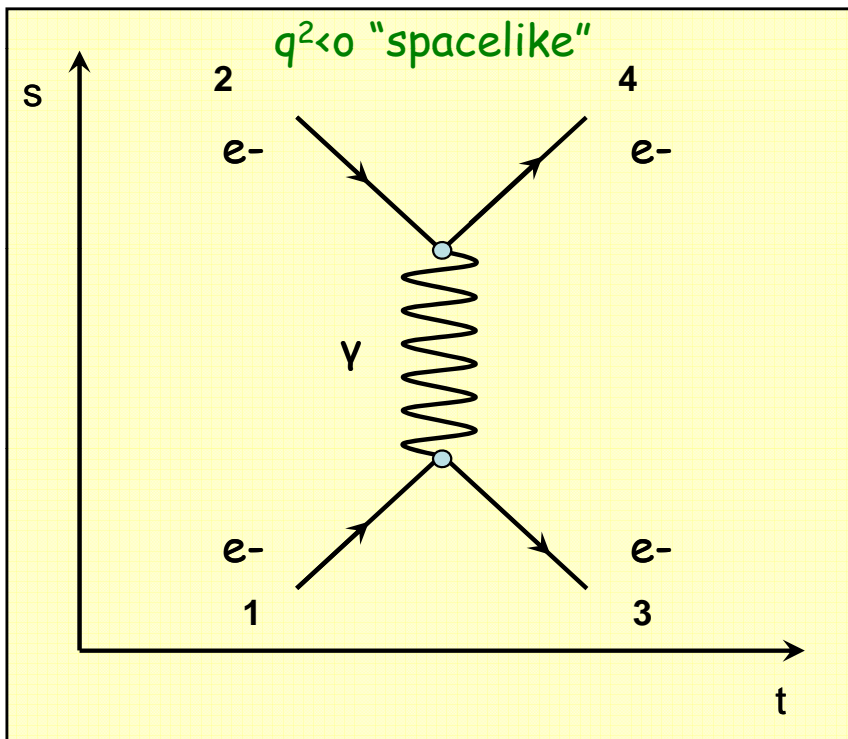
- Πιο σωματίδιο εκπέμπει το X



Γ. Τσιπολίτης

Δυνητικά σωματίδια ανταλλαγής

- Το σωματίδιο X χαρακτηρίζεται σα δυνητικό. Για το χρόνο που υπάρχει υπακούει την αρχή της αβεβαιότητας $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$ αλλά η μάζα του διαφέρει από τη μάζα ηρεμίας.



Για παράδειγμα έχουμε την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση που το ενδιάμεσο σωματίδιο είναι γ

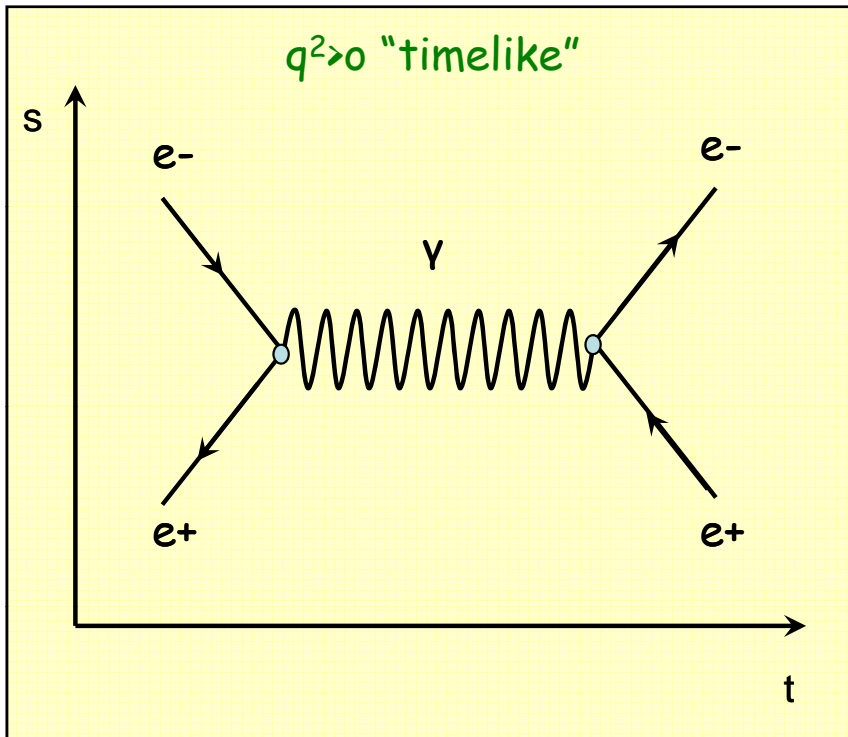
$$\begin{aligned}
 q^2 &= p_\gamma^2 = (p_3 - p_1)^2 \\
 &= p_3^2 + p_1^2 - 2p_3 \cdot p_1 \\
 &= 2m^2 - 2(E_3 E_1 - \vec{p}_3 \cdot \vec{p}_1) \\
 &\approx -2E_3 E_1 (1 - \cos \theta)
 \end{aligned}$$

για θ μεγάλο έχουμε $p_\gamma^2 < 0$

φανταστική μάζα!

Δυνητικά σωματίδια ανταλλαγής

- Εξαύλωση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου (H/M αλληλεπίδραση)



για το φωτόνιο ισχύει

$$\begin{aligned}
 p_{\gamma}^2 &= (p_+ + p_-)^2 = p_+^2 + p_-^2 + 2p_+ \cdot p_- \\
 &= 2m^2 + 2(E_+ E_- + \vec{p}_+ \cdot \vec{p}_-) \\
 &\approx 4E^2
 \end{aligned}$$

άρα έχει μάζα $\neq 0 \Rightarrow$ **δυνητικό**

Μπορούμε να δεχτούμε ότι το δυνητικό αυτό φωτόνιο υφίσταται διακύμανση στην ενέργεια

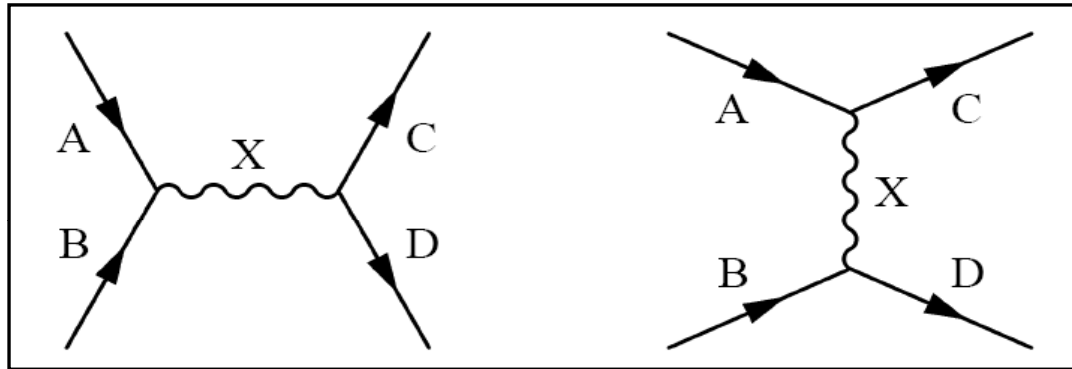
$$\Delta E = 2E$$

Το δυνητικό φωτόνιο μπορεί να υπάρχει για χρονικό διάστημα:

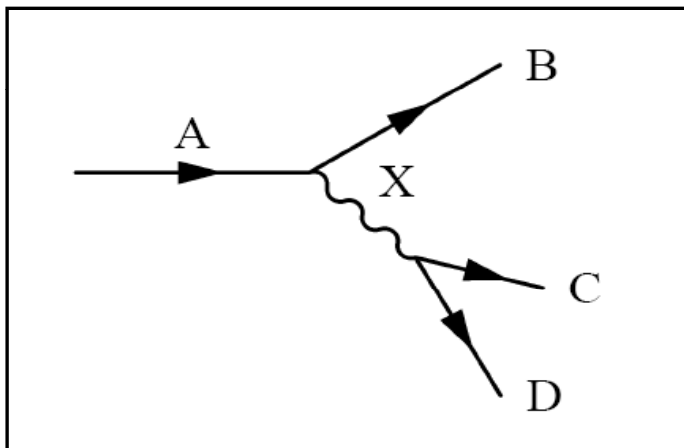
$$\Delta t \approx \hbar / 2E$$

Διαγράμματα Φeynman

- Γενικά έχουμε διεργασίες της μορφής $A + B \rightarrow C + D$



ή της μορφής $A \rightarrow B + C + D$



A, B, C, D

- Κουάρκ
- Λεπτόνια
- Αντικουάρκ
- Αντιλεπτόνια

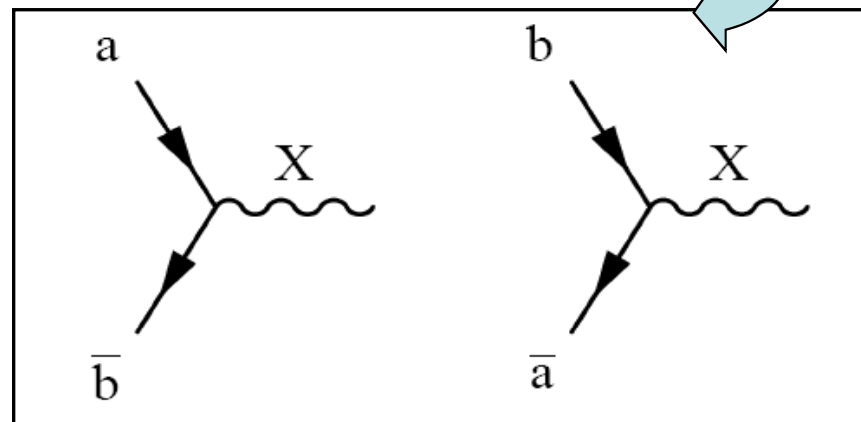
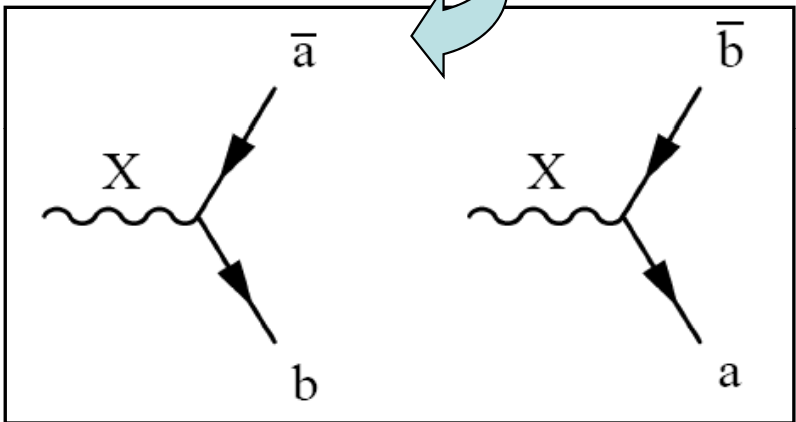
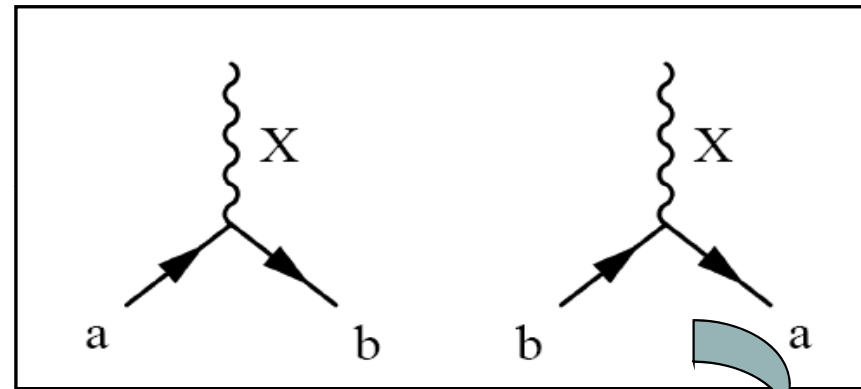
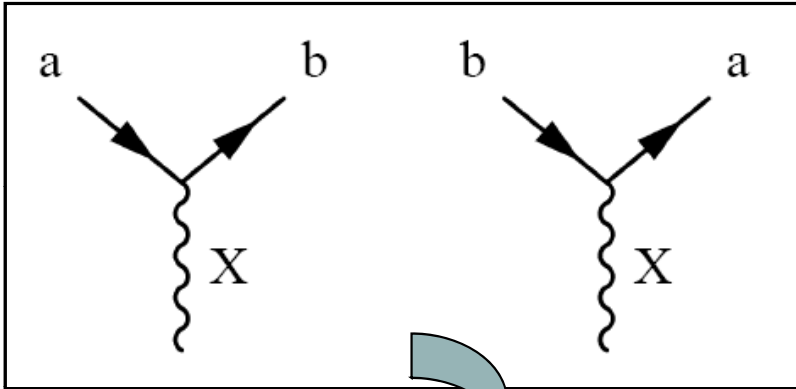
X

- φωτόνιο (γ)
- γκλουόνιο (g)
- $W^+ W^- Z^0$

Γ. Τσιπολίτης

Διαγράμματα Feynman

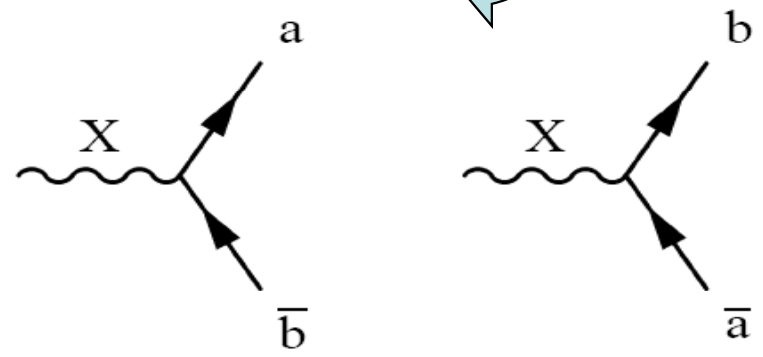
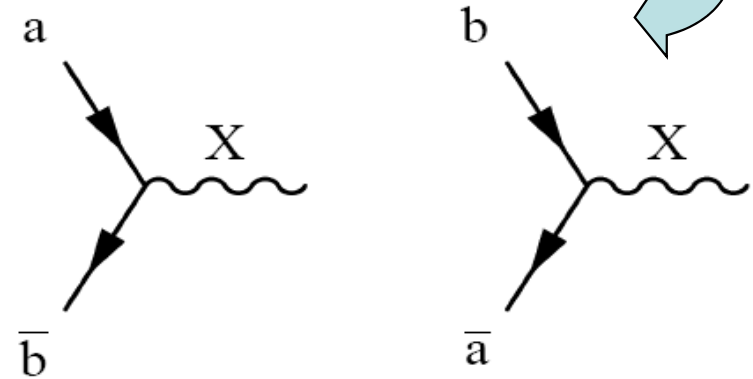
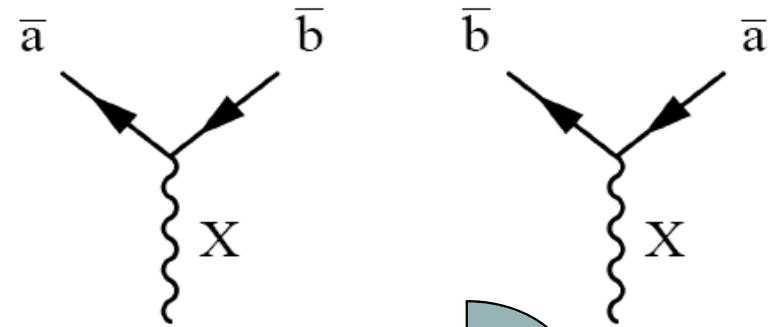
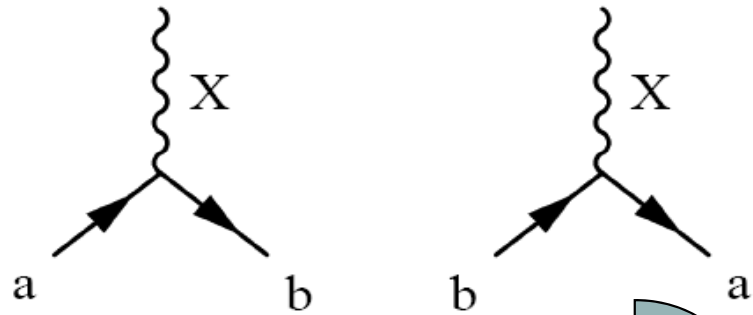
Περιστροφή διαγραμμάτων



Γ. Τσιπολίτης

Διαγράμματα Feynman

Περιστροφή διαγραμμάτων



Γ. Τσιπολίτης

Διαγράμματα Feynman - Γενικές Ιδιότητες

- Σε κάθε κορυφή διαγραμμάτων Feynman διατηρούνται:
 - Ενέργεια - ορμή
 - Το Φορτίο
 - Ο Βαρυονικός Αριθμός
 - Ο Λεπτονικός Αριθμός
- Η γεύση του quark διατηρείται στις παρακάτω αλληλεπιδράσεις:
 - Ισχυρές ($X = \text{gluon}$)
 - Ηλεκτρομαγνητικές ($X = \text{φωτόνιο } \gamma$)
 - Ασθενείς μόνο όταν $X = Z^0$ και όχι στην περίπτωση $X = W^+$ ή $X = W^-$

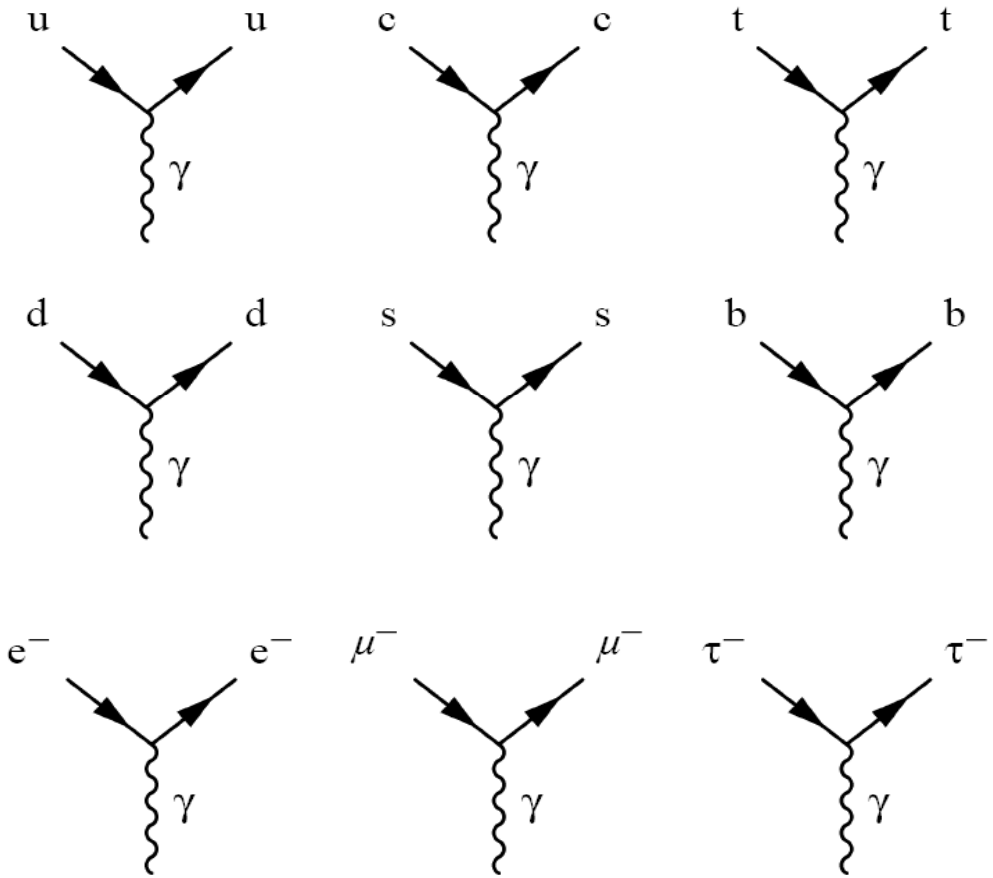
Διαγράμματα Feynman - Δυνάμεις

- Ηλεκτρομαγνητικές: Σε κάθε φορτισμένο σωματίδιο
- Ασθενείς δυνάμεις: Σε όλα τα Quarks και Λεπτόνια
- Ισχυρές: Μόνο μεταξύ των Quarks

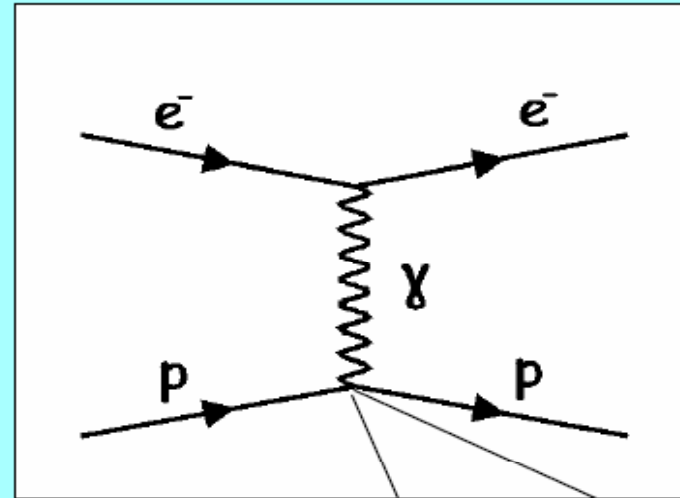
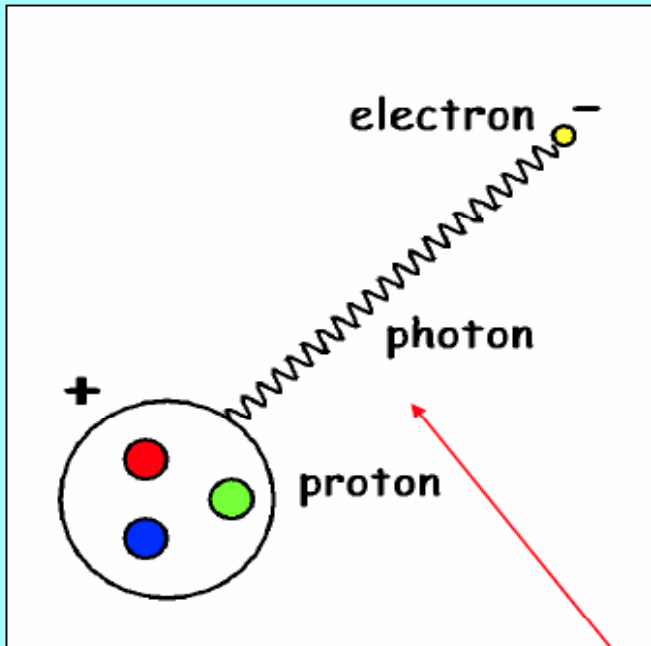
	ΑΣΘΕΝΕΙΣ	Η/Μ	ΙΣΧΥΡΕΣ
Quarks	✓	✓	✓
Φορτισμένα Λεπτόνια	✓	✓	✗
Ουδέτερα Λεπτόνια	✓	✗	✗

Ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις

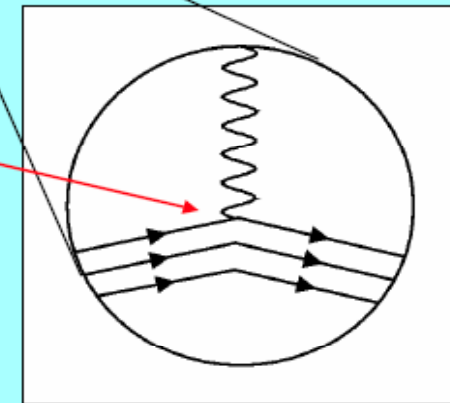
ενδιάμεσο σωματίδιο το γ σύζευξη μόνο με φορτισμένα σωματίδια



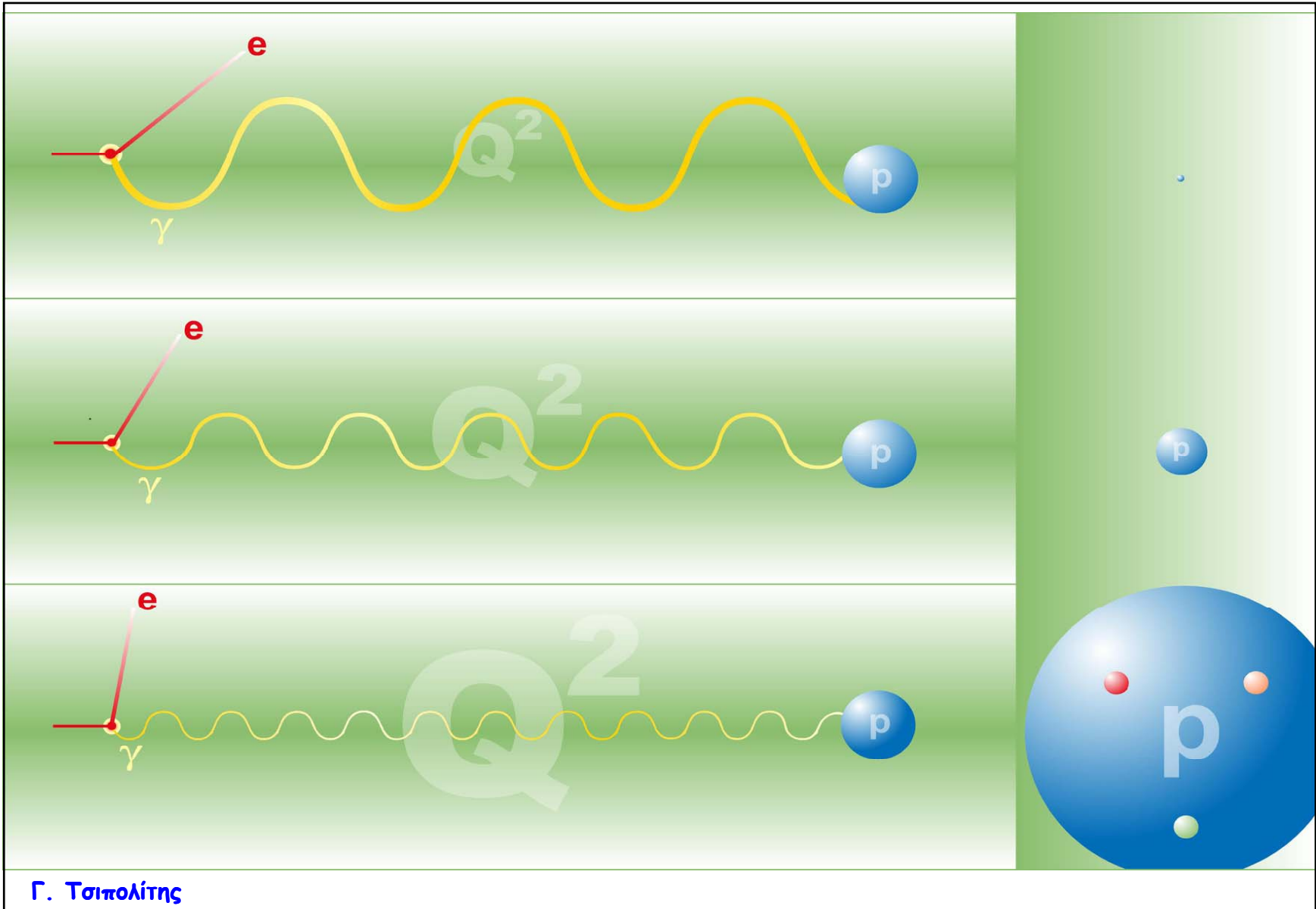
Ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις



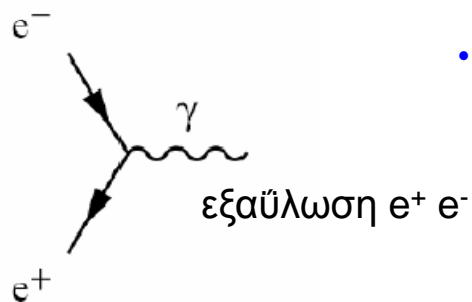
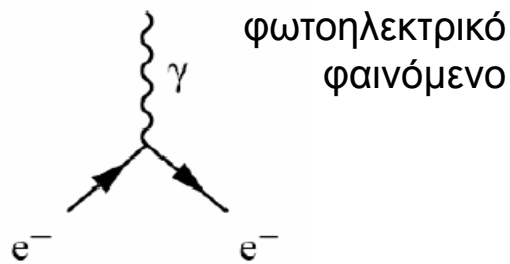
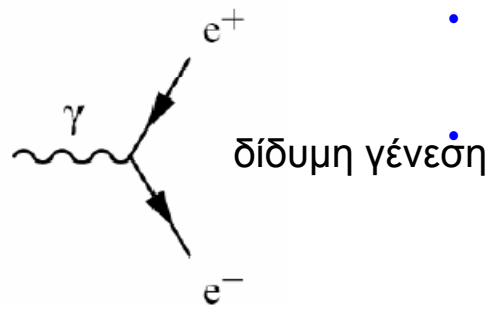
At a particle physics level the interaction is with the quarks



Photons mediate the force between protons and electrons.



Ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις



- Η σταθερά α της Ηλεκτρομαγνητικής Ζεύξης είναι μια αδιάστατη ποσότητα που μετράει την ένταση της ζεύξης. Ο λόγος της ηλεκτροστατικής ενέργειας απώθησης δύο e σε απόσταση ίση με το ισοδύναμο μήκος Compton προς την ενέργεια που αντιστοιχεί στην μάζα ηρεμίας του e .

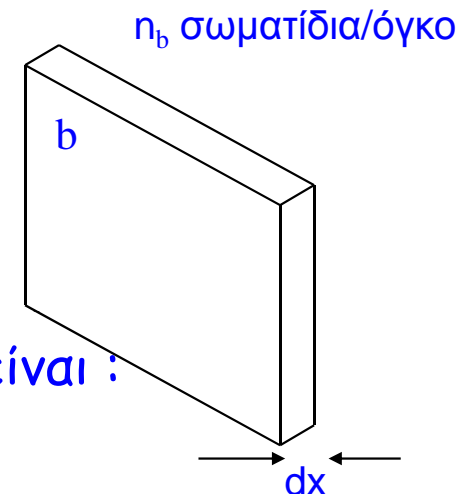
$$\alpha = \frac{V(r=r_c)}{m_e c^2} = \frac{\hbar / m_e c}{m_e c^2} = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

- Η ποσότητα $\alpha^{1/2} \sim e$ εκφράζει την πιθανότητα για την εκπομπή ή απορρόφηση ενός φωτονίου.

Ενεργός Διατομή



δέσμη a



ή ροή της δέσμης a μέσα από τον όγκο του στόχου είναι :

$$\Phi = n_a v_i$$

σωματίδια / επιφάνεια / χρόνο.

αν τα σωματίδια του στόχου έχουν διατομή σ τότε η πιθανότητα κάποιο από τα σωματίδια a να κτυπήσει κάποιο σωματίδιο του στόχου είναι $\sigma n_b dx \Rightarrow \Phi \sigma n_b dx$ αντιδράσεις / χρόνο

\Rightarrow ρυθμός αντιδράσεων

$$W = \sigma \Phi = \sigma n_a v_i \text{ / σωματίδιο στόχου}$$

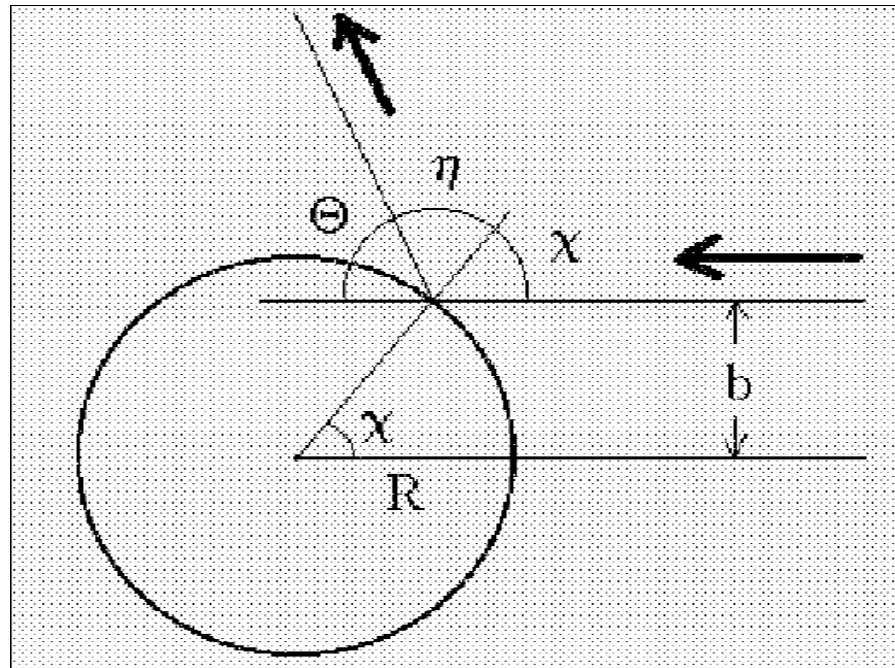
Ενεργός Διατομή

- Θα πρέπει να γενικεύσουμε την έννοια της γεωμετρικής διατομής του στόχου.
- Η αλληλεπίδραση μεταξύ δέσμης και στόχου μπορεί να είναι **μεγάλης εμβέλειας (long range)**. Σ' αυτή την περίπτωση δεν μιλάμε για το αν πετύχαμε ή όχι τον στόχο αλλά για πόσο έχουν **εκτραπεί από την τροχιά τους** τα σωματίδια της δέσμης. Αυτό το τελευταίο μπορεί να εξαρτάται από την ενέργεια της δέσμης.
- Επίσης η διατομή δεν είναι υπόθεση μόνο του στόχου αλλά και της δέσμης.
- Επίσης πρέπει να λάβουμε υπ' όψη την περίπτωση που τα σωματίδια της τελικής κατάστασης είναι διαφορετικά από αυτά της αρχικής.

Ενεργός Διατομή

- Μπορούμε να εξηγήσουμε τα κλασσικά πειράματα σκέδασης ορίζοντας μια μοναδική σχέση μεταξύ της παραμέτρου πρόσκρουσης, b , και της γωνίας σκέδασης, θ .
- Εκφράζοντας το φαινόμενο σε συνάρτηση του b μπορούμε να αντιμετωπίσουμε τις μικρής εμβέλειας και μεγάλης εμβέλειας δυνάμεις με τον ίδιο τρόπο. Για παράδειγμα:
- Μικρή εμβέλεια : Σκέδαση από σκληρή σφαίρα
- Μεγάλης εμβέλειας : Σκέδαση Rutherford

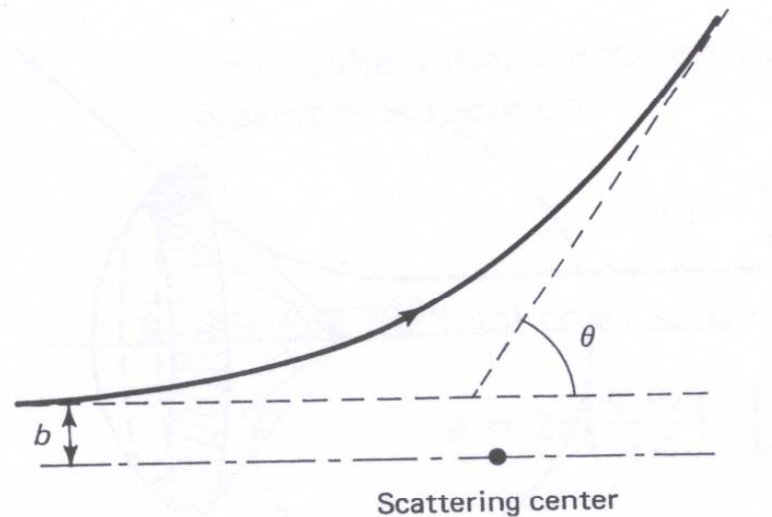
Σκέδαση από σκληρή σφαίρα



$$\eta = \chi \quad \chi + \eta + \theta = \pi \Rightarrow \chi = \pi/2 - \theta/2$$

$$b = R \sin \chi = R \sin(\pi/2 - \theta/2) = R \cos(\theta/2)$$

Σκέδαση Rutherford



- Άπωση Coulomb μεταξύ ενός βαρέως στόχου φορτίου q_2 και ενός ελαφρού σωματιδίου φορτίου q_1 και κινητικής ενέργειας E .
- Η παράμετρος κρούσης δίνεται από τη σχέση

$$b = \frac{q_1 q_2}{2E} \cot(\theta/2)$$

Διαφορική Ενεργός Διατομή

- ... γράφεται σαν $d\sigma/d\Omega$
- ... συχνά εξαρτάται από τη γωνία θ
- γεωμετρικά είναι απλό να δούμε ότι

$$d\sigma = |b \, db \, d\varphi| \quad d\Omega = |\sin\theta \, d\theta \, d\varphi|$$

και η διαφορική ενεργός διατομή γράφεται

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin\theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right) \right|$$

... Σκέδαση από σκληρή σφαίρα

$$b = R \cos(\theta/2) \Rightarrow \frac{db}{d\theta} = -\frac{R}{2} \sin(\theta/2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left| \frac{b}{\sin\theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right) \right| \\ &= \frac{R^2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)}{2 \sin\theta} \\ &= \frac{R^2}{4} \end{aligned}$$

$$\sigma = \int \frac{R^2}{4} d\Omega = \pi R^2$$

... Σκέδαση Rutherford

$$b = \frac{q_1 q_2}{2E} \cot(\theta/2) \Rightarrow \frac{db}{d\theta} = -\frac{q_1 q_2}{4E} \csc^2(\theta/2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left| \frac{b}{\sin\theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right) \right| \\ &= \frac{q_1^2 q_2^2 \cot(\theta/2) \csc^2(\theta/2)}{8E^2 \sin\theta} \\ &= \left(\frac{q_1 q_2}{4E \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\sigma = 2\pi \left(\frac{q_1 q_2}{4E} \right)^2 \int_0^\pi \frac{\sin\theta}{\sin^4(\theta/2)} d\theta \rightarrow \infty$$

Φωτεινότητα - Luminosity \mathcal{L}

- Συσχετίζουμε την ενεργό διατομή με τους παρατηρούμενους ρυθμούς ανά μονάδα χρόνου

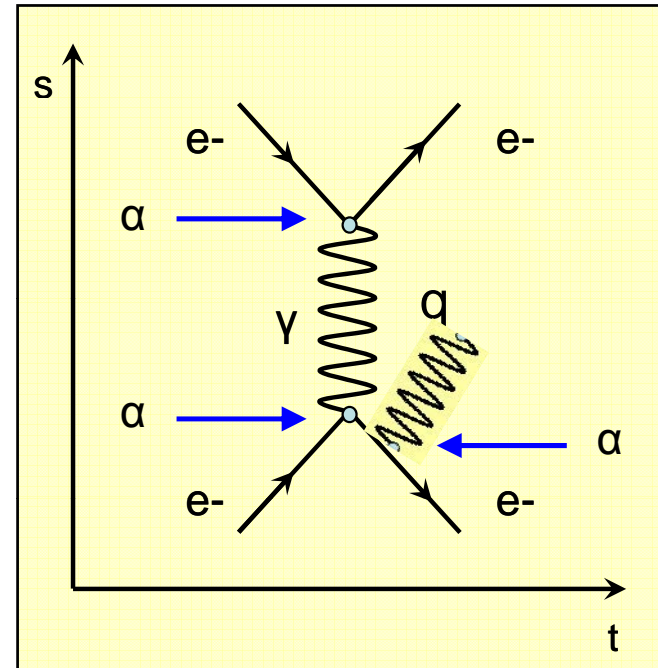
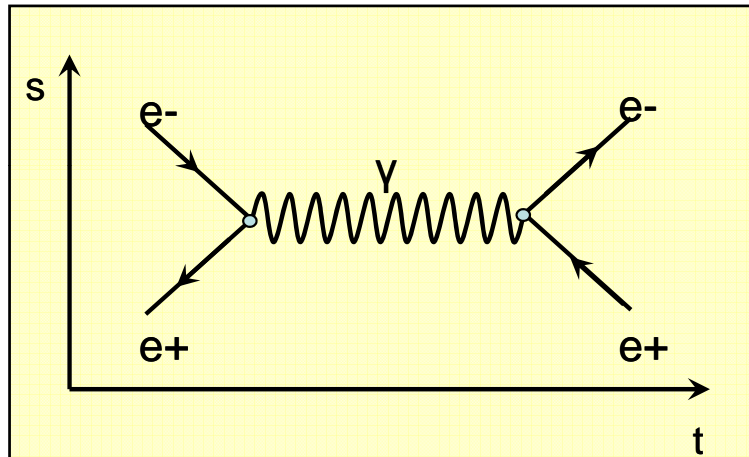
$$dN = \mathcal{L} d\sigma$$

- Έστω N ο αριθμός γεγονότων που παρατηρούνται ανα μονάδα χρόνου, \mathcal{L} έχει διαστάσεις (ενεργός διατομή)⁻¹
στο LHC: $\mathcal{L} \approx 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
- Συνήθως μόνο η φωτεινότητα κορυφής (peak luminosity) δίνεται στη μορφή /μονάδα χρόνου.
- Ολοκληρώνουμε την φωτεινότητα για τον συνολικό χρόνο που κάποιο πείραμα συλλέγει γεγονότα με σταθερές συνθήκες ώστε να καθορίσουμε τι είδος αντιδράσεις θα μπορούσαμε να δούμε. Η ολοκληρωμένη φωτεινότητα μετριέται σε pb^{-1}

Η/Μ αλληλεπιδράσεις - ενεργός διατομή

- Τα διαγράμματα Feynman δεν είναι μόνο για να απεικονίζουμε μια διαδικασία, μας δίνουν πληροφορία για το πως θα υπολογίσουμε το \mathcal{M} της διαδικασίας.
- μπορούμε να αποκτήσουμε την "αίσθηση" του τι γίνεται κοιτώντας το διάγραμμα Feynman.

Το ίδιο



$$\mathcal{M} \sim \alpha^2 \Rightarrow \sigma \sim \alpha^2$$

$$\mathcal{M} \sim \alpha^3 \Rightarrow \sigma \sim \alpha^3$$

πράγματι 1%

Γ. Τσιπολίτης