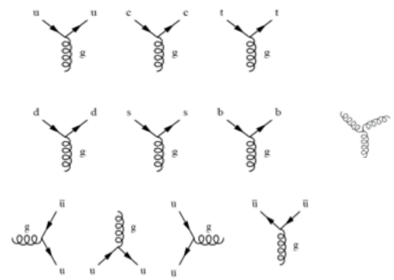
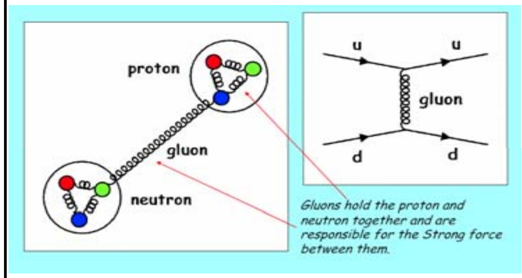
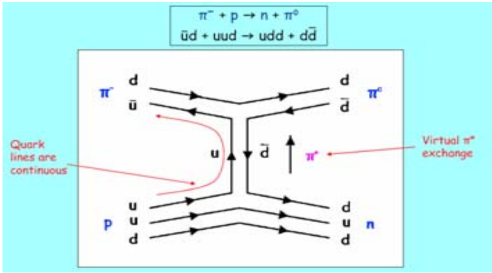
Ισχυρές αλληλεπιδράσεις



Ισχυρές αλληλεπιδράσεις



Ισχυρές αλληλεπιδράσεις



Ισχυρές αλληλεπιδράσεις

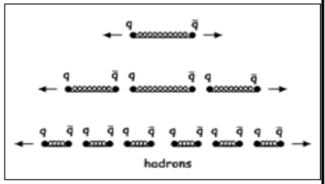
Για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις ισχύει:

$$\frac{a_s}{a} \approx 100 \Rightarrow a_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \approx 1$$

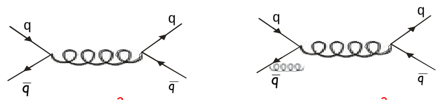
Η μορφή του δυναμικού μεταξύ δύο κουάρκ που χρησιμοποιείται συνηθέστερα είναι:

$$V_s = -\frac{4}{3}\frac{a_s}{r} + kr$$

- Πειραματική μαρτυρία και για τους δύο όρους.
- Εγκλωβισμός των κουάρκ σε μεγάλα r!

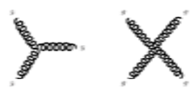


Ισχυρές αλληλεπιδράσεις



$\sigma \approx a_s^2$ $\sigma \approx a_s^3$

- a_s είναι η σταθερά ζεύξης των ισχυρών αλληλεπιδράσεων που σχετίζεται με το "φορτίο χρώματος" στην QCD
- $a_s > a$ → θεωρία διαταραχών πιο δύσκολη στην QCD
- επιπλέον τα γκλουόνια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους → υπολογισμοί στην QCD δύσκολοι !



Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

- Στην ηλεκτρασθενή θεωρία των Glashow, Salam και Weinberg (1968) προτάθηκε η ισότητα της σταθεράς σύζευξης g των $W^{\pm}$ και Z^0 με τα λεπτόνια και τα κουάρκ, με την αντίστοιχη σταθερά των φωτονίων:

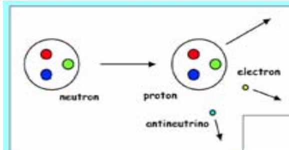
$$g = e$$

$$f(q^2) = \frac{g^2}{q^2 + M_{W,Z}^2} \text{ και για } q^2 \to 0 \quad f(q^2 \to 0) = \frac{g^2}{M_{W,Z}^2} = G \approx 10^{-5}\,GeV^{-2}$$

$$M_{W,Z} = \frac{e}{\sqrt{G}} = \sqrt{\frac{4\pi a}{G}} \approx 90\,GeV$$

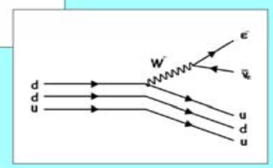
Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις



Beta decay $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

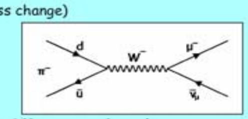
Mediated by charged W exchange



Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

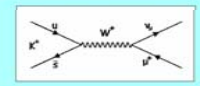
$\Delta S = 0$ (No strangeness change)

$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

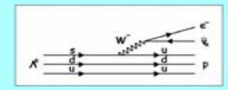


$\Delta S = 1$ (Strangeness changes)

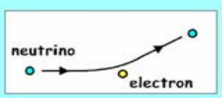
$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$



$\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

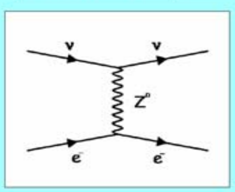


Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις



Neutrino scattering off an electron

Mediated by neutral Z exchange



Ο Χρυσός Κανόνας του Fermi

Ρυθμός αντίδρασης ~ $|\mathcal{M}_{if}|^2$ × (χώρος των φάσεων)

έχει να κάνει με την θεωρία των διαταραχών.

$$W = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\mathcal{M}_{if}\right|^2 \rho_f$$

matrix element: $\int \psi_f^* U \psi_i dV$

περιέχει όλα τα χαρακτηριστικά της αντίδρασης (διαστάσεις ενεργειας)

παράγοντας χώρου φάσεων

πυκνότητα ενέργειας dN/dE τελικής κατάστασης (διαστάσεις E-1)

χωρίς να λάβουμε υπ' όψη το spin ο αριθμός των τελικών καταστάσεων που μπορούν να υπάρξουν σε μια στερεά γωνία dΩ και περιορίζονται από ένα όγκο V δίνεται από τη σχέση:

$$dN = \frac{V=1}{(2\pi\hbar)^3} p^2 dp\, d\Omega$$

3-ορμή

a + b → c + d

- τελική κατάσταση : $\psi_f = \psi_c \psi_d$
- αν δουλέψουμε στο cms έχουμε $p_f = |\vec{p}_c| = |\vec{p}_d|$ και $E_0 = E_c + E_d$
- για την ενεργό διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας βρίσκουμε

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{W}{\Phi_i} = \frac{W}{v_i} = \frac{2\pi}{\hbar}\frac{\left|\mathcal{M}_{if}\right|^2}{v_i}\frac{1}{(2\pi\hbar)^3} p_f^2 \frac{dp_f}{dE_0}$$

- από διατήρηση της ενέργειας έχουμε

$$\sqrt{p_f^2 + m_c^2} + \sqrt{p_f^2 + m_d^2} = E_0 \Rightarrow \frac{dp_f}{dE_0} = \frac{E_c E_d}{E_0 p_f} = \frac{1}{v_f}$$

άρα

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(a + b \rightarrow c + d) = \frac{1}{4\pi^2\hbar^4}\left|\mathcal{M}_{if}\right|^2 \frac{p_f^2}{v_i v_f}$$

$a + b \to c + d$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(a+b \to c+d) = \frac{1}{4\pi^2\hbar^4}\left|\mathcal{M}_{if}\right|^2 \frac{p_f^2}{v_i v_f}\frac{(2s_c+1)(2s_d+1)}{(2s_a+1)(2s_b+1)}$$

λόγω spin

- επιτρέπεται να αντικαταστήσουμε εισερχόμενα (εξερχόμενα) σωματίδια με εξερχόμενα (εισερχόμενα) αντισωματίδια – *crossed reactions*
- το ίδιο matrix element – διαφορετική κινηματική

$$a + b \to c + d$$
$$a + \bar{c} \to \bar{b} + d$$
$$a + \bar{d} \to c + \bar{b}$$
$$a \to \bar{b} + c + d$$
$$c + d \to a + b$$

Spin του π

- Για την αντίδραση: $p + p \to \pi^+ + d$ έχουμε

$$\sigma_{p+p\to\pi^+ +d} = \left|\mathcal{M}_{if}\right|^2 \frac{(2s_\pi+1)(2s_d+1)}{\upsilon_i\upsilon_f}p_\pi^2$$

$$\sigma_{\pi^+ +d\to p+p} = \left|\mathcal{M}_{fi}\right|^2 \frac{1}{2}\frac{(2s_p+1)^2}{\upsilon_i\upsilon_f}p_p^2$$

$$\frac{\sigma_{p+p\to\pi^+ +d}}{\sigma_{\pi^+ +d\to p+p}} = 2\frac{(2s_\pi+1)(2s_d+1)}{(2s_p+1)^2}\frac{p_\pi^2}{p_p^2}$$

$\Rightarrow$ $s_\pi=0$

Διασπάσεις – Συντονισμοί

- *μέσος χρόνος ζωής* $\tau=1/W$ $\longleftarrow$ $W = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\mathcal{M}_{if}\right|^2 \rho_f$
- για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις ο χρόνος τ είναι πάρα πολύ μικρός (δεν μπορεί να μετρηθεί) και γι' αυτό χρησιμοποιούμε το πλάτος *Γ* που ορίζεται από $\Delta E\Delta t \approx \hbar$

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar W = 2\pi\left|\mathcal{M}_{if}\right|^2\int \rho_f\, d\Omega$$

- $dN = -N(t)\Gamma dt$ → $N(t)=N(0)\, e^{-\Gamma t}$
- συχνά κάποιο σωματίδιο διασπάται μέσω διαφορετικών τελικών καταστάσεων. Τότε το συνολικό πλάτος είναι

$$\Gamma = \Sigma_i \Gamma_i$$

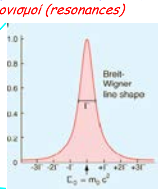
branching ratio $_i = \Gamma_i / \Gamma$

Διασπάσεις – Συντονισμοί

- κάποιες καταστάσεις σωματιδίων μπορούν να δημιουργηθούν σε συγκρούσεις μεταξύ σωματιδίων στις οποίες διασπώνται → *συντονισμοί (resonances)*
- Ξεκινώντας από τη σχέση $N(t)=N(0)\, e^{-\Gamma t}$

και παίρνοντας τον μετασχηματισμό Fourier παίρνουμε την κατανομή Breit-Wigner

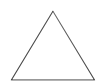
$$\sigma(E) = \sigma_{max}\frac{\Gamma^2/4}{(E-E_R)^2+\Gamma^2/4}$$



η οποία μας δίνει μια κατανομή για την ενέργεια (μάζα) του σωματιδίου. Μόνο τα "απόλυτα" σταθερά σωματίδια έχουν καλά καθορισμένη μάζα. Όλα τα άλλα έχουν μια κατανομή μάζας $\frac{1}{2\pi}\frac{\Gamma^2/4}{(E-m)^2+\Gamma^2/4}$

Συμμετρίες

- Συμμετρία: Διαδικασία που εφαρμόζεις σε κάποιο σύστημα που το αφήνει αναλλοίωτο
- π.χ περιστροφή κατά -120° αφήνει το σχήμα αναλλοίωτο. Το ίδιο περιστροφή κατά 240°



- Ας μετατοπίσουμε την κυματοσυνάρτηση ψ(x) κατά a

$\psi(x) \to \psi(x+a)$

- Αναπτύσσουμε την ψ(x+a) σε σειρά Taylor γύρω από το ψ(x)

$$\psi(x+a) = \psi(x) + a\left.\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|_x + \frac{a^2}{2!}\left.\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right|_x + \cdots$$
$$= \left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a^n}{n!}\frac{\partial^n}{\partial x^n}\right)\psi(x)$$
$$= U(a)\psi(x) \qquad \text{όπου} \qquad U(a) = e^{a\frac{\partial}{\partial x}}$$

Συμμετρίες

- Αν το φυσικό μας σύστημα είναι αναλλοίωτο στις μετατοπίσεις τότε

$$\langle\psi(x)|\psi(x)\rangle = \langle\psi(x+a)|\psi(x+a)\rangle$$
$$= \langle U(a)\psi(x)|U(a)\psi(x)\rangle$$
$$= \langle\psi(x)|U^\dagger(a)U(a)\psi(x)\rangle$$

εύκολα βλέπουμε $U^\dagger U = 1$ ή διαφορετικά $U^\dagger = U^{-1}$

$\Rightarrow$ U(a) είναι μοναδιαίος

Συμμετρίες

- Ας θυμηθούμε από την κβαντομηχανική ότι κάθε παρατηρήσιμο φυσικό μέγεθος παριστάνεται από ένα Ερμιτιανό τελεστή (Hermitian operator)

$$H^{\dagger} = H$$

- Κάθε ερμιτιανός τελεστής είναι ένας γεννήτορας ενός μοναδιαίου τελεστή

$$U = e^{iH}$$

- άρα $U(a) = e^{iHa}$ και συγκρίνοντας με το προηγούμενο αποτέλεσμα

$$U(a) = \boxed{e^{a\frac{\partial}{\partial x}}} \Rightarrow \underbrace{p = -i\frac{\partial}{\partial x}}_{\text{ερμιτιανός τελεστής γεννήτορας των μετατοπήσεων}}$$

Θεώρημα Noether

Κάθε συμμετρία σχετίζεται με μια αρχή διατήρησης

ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ ⟺ ΑΡΧΕΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ

ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ	ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ
μετατόπιση στο χώρο	ορμή
χρονική μετατόπιση	ενέργεια
στροφή	στροφορμή
μετασχηματισμός βαθμίδας	ηλεκτρικό φορτίο

Συμμετρίες

- Μερικές φορές μιλάμε για προσεγγιστικές συμμετρίες. Ακόμη και αυτές είναι χρήσιμες από τη στιγμή που δεν ζητάμε 100% ακρίβεια. (Θα δούμε μια συμμετρία που σχετίζει δύο σωματίδια με σχεδόν ίδια μάζα – το νετρόνιο και το πρωτόνιο)
- Άγνωστες συμμετρίες: Μερικές φορές έχουμε κάποια αρχή διατήρησης χωρίς να έχουμε κάποια γνωστή συμμετρία (ίσως κάποιος θεωρητικός να εμπνευστεί …)
- Γενικά κάθε συμμετρία είναι ακριβής όσο δεν υπάρχει κάποιο πειραματικό αποτέλεσμα που την καταρρίπτει. Για παράδειγμα ο λεπτονικός και ο βαρυονικός αριθμός δεν είναι συνδεδεμένοι με κάποια συμμετρία.

πολύ βασικές αρχές θεωρίας ομάδων

- Μία ομάδα G είναι ένα σετ από στοιχεία με κάποιο δυαδικό νόμο σύνθεσης (π.χ. κάποιο είδος πολλαπλασιασμού) έτσι ώστε να ικανοποιούνται

1. κλειστό (closure): $\forall a, b \in G : ab = c \in G$
2. ταυτότητα: $\forall e \in G \mid \forall a \in G : ae = ea = a$
3. αντιστροφή: $\forall a \in G \ \forall a^{-1} \in G \mid aa^{-1} = a^{-1}a = e$
4. αντιμεταθετικότητα: $\forall a, b, c \in G : (ab)c = a(bc)$

- Το G είναι μια Αβελιανή ομάδα (Abelian group) αν ισχύει η αντιμετάθεση στον πολλαπλασιασμό : $ab = ba \ \forall a, b \in G$ διαφορετικά η ομάδα είναι μη-αβελιανή (non-Abelian)
- οι ομάδες που συναντάμε στη σωματιδιακή φυσική είναι συνεχείς ομάδες Lie. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε τις SO(N), U(N) και SU(N)

S → special → ορίζουσα = 1 , O → ορθογώνιο → $M^T M = 1$,

U → μοναδιάιο → $M^{\dagger}M = 1$

Ομάδες στο καθιερωμένο πρότυπο

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

c : colour, L: left handed, Y: hypercharge

- Grand Unified Theories (GUT) χρησιμοποιούν μεγαλύτερες ομάδες που περιέχουν τις ομάδες του ΚΠ (πχ SU(5), SO(10))
- String theory (θεωρία χορδών) ακόμη μεγαλύτερες ομάδες (πχ SO(32) ή $E_8 x E_8$)

Στροφορμή

- Στην Κβαντομηχανική δεν μπορούμε να γνωρίζουμε τα πάντα για την στροφορμή $\vec{J}$ ενός σωματιδίου σε κάποια χρονική στιγμή. Μπορούμε να γνωρίζουμε συγχρόνως μόνο τα J^2 και J_z με ιδιοτιμές

$$J^2\psi = [\, j(j+1)\,\hbar^2\,]\,\psi$$

$$J_z\psi = (m_j\,\hbar)\,\psi$$

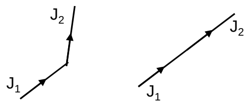
- αυτός ο φορμαλισμός ισχύει και για την τροχιακή στροφορμή $\vec{L}$ και την ιδιοστροφορμή (spin) $\vec{S}$

Πρόσθεση Στροφορμής

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$$

- από τη στιγμή που δεν γνωρίζουμε την κάθε συντεταγμένη των $\mathbf{J}_1$ και $\mathbf{J}_2$ το μόνο που μπορούμε να πούμε για το $\mathbf{J}$ είναι ότι

$m=m_1+m_2$ και $|j_1 - j_2| \le j \le |j_1 + j_2|$



- αν γνωρίζουμε το $\mathbf{J}$ με δεδομένα τα j_1 και j_2 θέλουμε να καθορίσουμε τα m_1 και m_2 έχουμε τους περιορισμούς

$m_1+m_2=m$, $|m_1| \le j_1$, $|m_2| \le j_2$

Συντελεστές Clebsch-Gordan

$$|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} C_{m\ m_1\ m_2}^{j\ j_1\ j_2} |jm\rangle,$$ όπου $m = m_1 + m_2$

συντελεστές Clebsch-Gordan

$$\begin{aligned} C_{m\ m_1\ m_2}^{j\ j_1\ j_2} &= \delta_{m_1+m_2,m}\sqrt{(j+m)!(j-m)!(2j+1)} \\ &\times \sqrt{(j_1+m_1)!(j_1-m_1)!(j_2+m_2)!(j_2-m_2)!} \\ &\times \sqrt{\frac{(j+j_1-j_2)!(j-j_1+j_2)!(j_1+j_2-j)!}{(j+j_1+j_2+1)!}} \\ &\times \sum_n \frac{(-1)^n}{n!} \frac{1}{(j_1+j_2-j-n)!(j_1-m_1-n)!} \\ &\times \frac{1}{(j_2+m_2-n)!(j-j_2+m_1+n)!(j-j_1-m_2+n)!} \end{aligned}$$

Συντελεστές Clebsch-Gordan