$W = V \cdot \gamma = A \cdot t \cdot \gamma$

20/11/09

$5^{η}$ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

5) (i) $x_c = \dfrac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} = 8,26m$

$y_c = \dfrac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} = 2,84 m$

(ii) $\sum \vec{M_A} = 0 \Rightarrow \sin 30\, w \cdot 2,84 - \cos 30\, w \cdot 8,26 + T\, 8\cos\theta + T \sin\theta = 0$

$T = \dfrac{\sim}{\cos\theta}$ (cosθ πρέπει να είναι μέγιστο)

$\theta = 60,25$

$6^{η}$ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

6) $\sum \vec{M_A} = 0 \Rightarrow \vec{r}_{AW} \otimes \vec{W} + \vec{r}_{AB} \otimes \vec{B} + \vec{r}_{AB} \otimes T = 0$

Στον χώρο δεν παίζει κεντρική (?)

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -3/2 \\ 0 & -80 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 4 & -3 \\ -0,86T & 0 & 0,51T \end{vmatrix}$$

$= 0 \Rightarrow T = 23,32 N$

$B = 18N$

$\sum \vec{F_x} = 0 \Rightarrow A_x - T\, 0,855 = 0$

$\sum \vec{F_y} = 0 \Rightarrow A_y - 80 = 0$

$\sum \vec{F_z} = 0 \Rightarrow A_z + T\, 0,51 + B = 0$

1) $\sum \overrightarrow{M_D} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{DE} \otimes \overrightarrow{W} + \overrightarrow{DB} \otimes \overrightarrow{F_{BC}} + \overrightarrow{DA} \otimes \overrightarrow{A} = 0 \Rightarrow$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -0,5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -1 & 0 \\ 0,286F & -0,429F & 0,857F \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & A_y & A_z \end{vmatrix} = 0$$

$A_z = 0$

$A_y = 0,167\ kN$

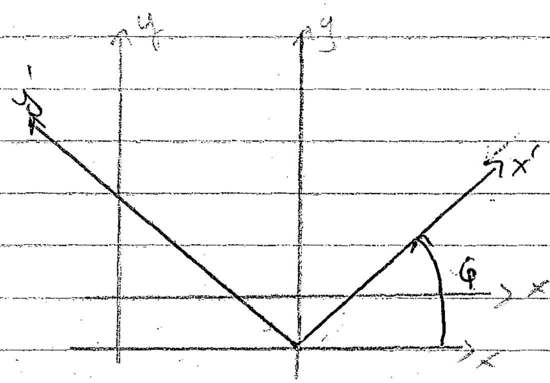
$|A| = 0,167$

$F_{BC} = 0,167\vec{i} - 0,25\vec{j} + 0,5\vec{k}$

$D = -0,167\vec{i} + 0,083\vec{j} + 0,5\vec{k}$

$|D| = 0,533\ kN$

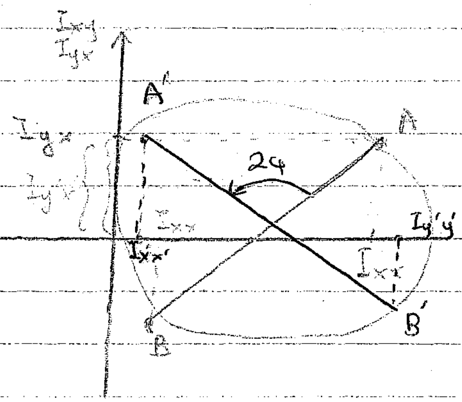
ΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΤΑΝΥΣΤΗ I_{ij}



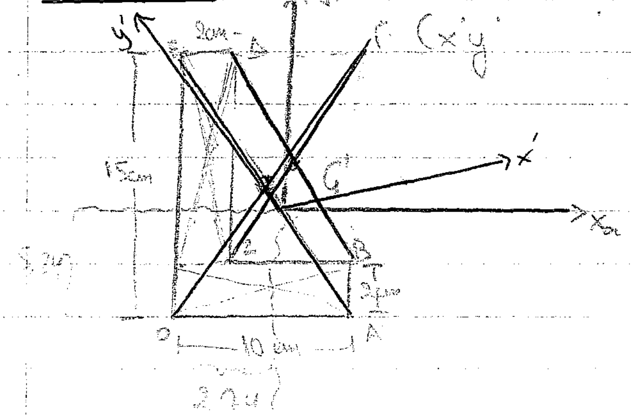
Γνωρίζω I_{ij}, $i,j = x,y$ $\qquad I_{ij} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{yx} & I_{yy} \end{pmatrix}$

Γνωρίζω φ

Ζητώ I_{ij}, $ij = x',y'$ $\qquad I_{ij} = \begin{pmatrix} I_{x'x'} & I_{x'y'} \\ I_{y'x'} & I_{y'y'} \end{pmatrix}$



ΑΣΚΗΣΗ



Να υπολογιστεί ο τανυστής 2ης τάξεως σε

Βήμα 1ο (βρίσκω το ΚΒ)

$x_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{2\cdot 13\cdot 1 + 10\cdot 2\cdot 5}{2\cdot 13 + 10\cdot 2} = 2,74\,cm$

$y_c = \frac{Q_x}{A} = 5,24\,cm$

Βήμα 2ο

(ως προς τους άξονες x_α, y_α)

$I_{ij} = \begin{pmatrix} I_{x_\alpha x_\alpha} & I_{x_\alpha y_\alpha} \\ I_{y_\alpha x_\alpha} & I_{y_\alpha y_\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 217 & -3,39 \\ -3,39 & 356 \end{pmatrix} \cdot 10^{-8}\ m^4$, $i,j = x_\alpha, y_\alpha$

$I_{x_\alpha x_\alpha} = I_{x_\alpha x_\alpha}^{ολο} - I_{x_\alpha x_\alpha}^{κεν} = \left(\frac{1}{12}\cdot 10\cdot 15^3 + 10\cdot 15\cdot 2,26^2\right) - \left(\frac{1}{12}\, 8\cdot 13^3 + 8\cdot 13\cdot 3,26^2\right) =$

$= 217\cdot 10^{-8}$

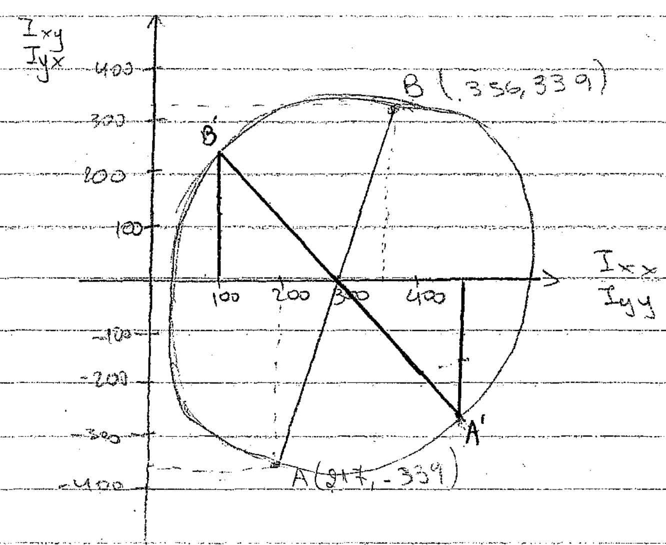
$I_{y_\alpha y_\alpha} = \quad = \left(\frac{1}{12}\cdot 15\cdot 10^3 + 10\cdot 15\cdot 2,26^2\right) - \left(\frac{1}{12}\, 13\cdot 8^3 + 8\cdot 13\cdot 3,26^2\right) =$

$= 356\cdot 10^{-8}$

(κόκκινη) (μωβ)

$I_{x_\alpha y_\alpha} = \quad = \left(0 + (10\cdot 15)\cdot(-2,26)(-2,26)\right) - \left(0 + (13\cdot 8)(-3,26)(-3,26)\right) =$

$= -3,39\cdot 10^{-8}$



(η)

$I_{x'x'} = \frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} + \frac{I_{xx} - I_{yy}}{2}\cos 2\vartheta + I_{xy}\sin 2\vartheta$

$I_{y'y'} = \frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} - \frac{I_{xx} - I_{yy}}{2}\cos 2\vartheta - I_{xy}\sin 2\vartheta$

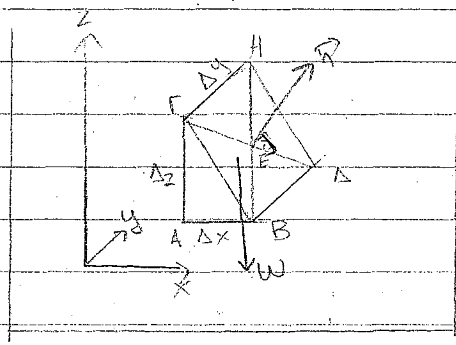
$I_{x'y'} = I_{y'x'} = \frac{I_{yy} - I_{xx}}{2}\sin 2\vartheta + I_{xy}\cos 2\vartheta$

(Στα ήρεμα νερά οι δυνάμεις στις επιφ. ασκούνται κάθετα) 27/11/09

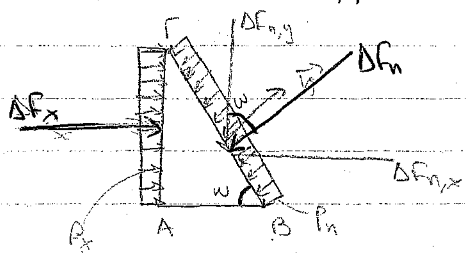
ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

(πίεση) $\rightsquigarrow P = \lim\limits_{\Delta A \to 0} \dfrac{\Delta F}{\Delta A}$

- Ανεξαρτησία της πιέσεως από τον προσανατολισμό της επιφάνειας.



Μελετώ την ισορροπία του κατά τον άξονα x.



$P = \dfrac{\Delta F}{\Delta A}$

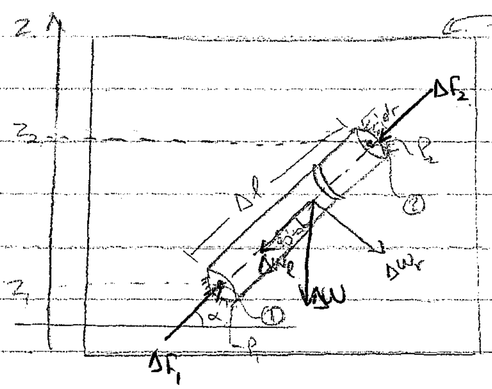
$$\left.\begin{aligned} \Delta F_x &= P_x \Delta A_x \\ \Delta F_n &= P_n \Delta A_n \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta F_x = \Delta F_{n,x} \Rightarrow$$

$\sin\omega = \dfrac{\Delta z}{B\Gamma}$

$$\Rightarrow P_x \cancel{\Delta z} \Delta y = P_n \Delta y \frac{\Delta z}{\sin\omega} \cdot \underbrace{\sin\omega}_{\Delta F_{n,x}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_x = P_n$$

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ



Επειδή το dr είναι πολύ μικρός οι διατομές αλληλοαναιρούνται έτσι.

Ισορροπία κατά άξονα x

$$\sum F_\ell = 0 \Rightarrow \Delta F_1 - \Delta F_2 - \Delta W \sin a = 0$$

$$\Rightarrow P_1 \Delta A_1 - P_2 \Delta A_2 - \gamma \Delta A_1 \Delta l \sin a = 0$$

$$\Rightarrow P_1 = P_2 + \gamma \Delta z \Rightarrow P_1 - P_2 = \gamma (z_2 - z_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 + \gamma z = ct}$$

σταθερό

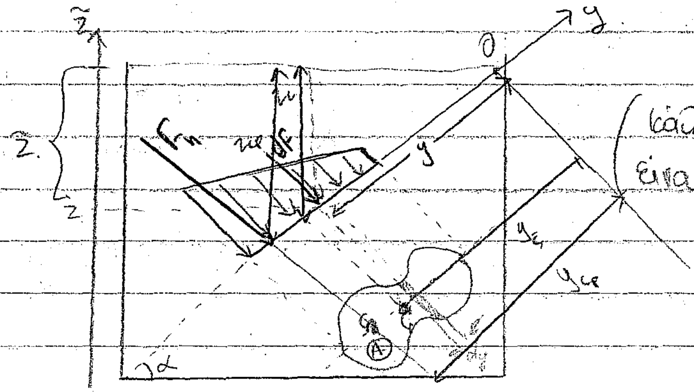
~~ειδικό βάρος~~

$\gamma = \lim \frac{\Delta W}{\Delta V}$

$\Delta V = \Delta A \cdot \Delta l$

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΠΙ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΒΥΘΙΣΜΕΝΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Έστω επίπεδη επιφάνεια με έναν άξονα συμμετρίας βυθισμένη ολικώς σε ήρεμο υγρό ειδικού βάρους γ.



(κάθετο στον πίνακα είναι ο άξονας x)

$$dF = p(z)\, dA$$

είναι η πίεση λόγω του αέρα όποτε θεωρείται αμελητέα

$$P_0^{=0} + \gamma \tilde z_0 = P(z) + \gamma \tilde z \Rightarrow \boxed{p(z) = \gamma z}$$

Άρα $dF = \gamma\, z\, dA = \gamma\, y \sin a\, dA$

$$F_n = \iint dF = \int_A \gamma y \sin a\, dA = \gamma \sin a \underbrace{\int_A y\, dA}_{Q_x} \Rightarrow F_n = \gamma \sin a\, A y_c \Rightarrow$$

ΠΡΟΣΟΧΗ

$F_n = \gamma A z_c \Rightarrow \boxed{F_n = P_c A}$

2ο βήμα

Προσδιορισμός του σημείου εφαρμογής (κέντρου πιέσεως) της υδροστατικής δυνάμεως

Έστω ότι το σημείο εφαρμογής δεν είναι το G γιατί εμάς μας ενδιαφέρει το G του τραπεζίου (υποτενεμημένη), όχι της συνολικής.

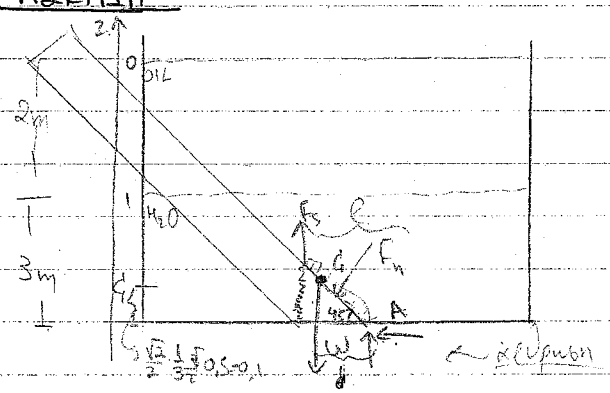
$$M_o^{F_n} = \iint dM \Rightarrow P_c A y_{cp} = \iint y\, dF = \gamma \sin\theta \iint_A y^2 dA$$

$$\Rightarrow \gamma z_c A y_{cp} = \gamma \sin\theta I_{xx} \Rightarrow \cancel{y_c \sin\theta} A y_{cp} = \cancel{\sin\theta} I_{xx} \Rightarrow y_c A y_{cp} = \boxed{I_{x_c x_c} + A y_c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{cp} = \frac{I_{x_c x_c} + A y_c^2}{A y_c} \Rightarrow \boxed{y_{cp} = y_c + \frac{I_{x_c x_c}}{A y_c}}$$

Μόνο σε πολύ μεγάλα βάθη $y_c \equiv y_{cp}$

ΑΣΚΗΣΗ



Δ ~ έτσι είναι ισοσκελές ορθογώνιο, ισοσκελές κατά 45°, και για να μην πέσει έτσι

Η τριγωνική επιφάνεια ισορροπεί σε διάταξη 2 υγρών με την βοήθεια ελατηρίου. Η ειδική βαρύτητα του ελαίου είναι $S=0,8$ και το ειδικό βάρος του νερού είναι $\gamma = 10^4\ N/m^3$. Αν το ελατήριο έχει φυσικό μήκος l_0 να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου. Το σώμα πάχος $t = 5cm$ και $\gamma_{st} = 10^5\ N/m^3$.

$\Sigma M_A = 0$ (1)

$F_n = P_c A$

ισχύει ο νόμος της υδροστ. για

$0 \rightarrow 1: \quad P_0 + \gamma_{oil} z_0 = P_1 + \gamma_{oil} z_1$

$1 \rightarrow G: \quad P_1 + \gamma_{H_2O} z_1 = P_c + \gamma_{H_2O} z_c$

$$\Rightarrow P_0 + \gamma_{oil} z_0 + \gamma_{H_2O} z_1 = \gamma_{oil} z_1 + P_c + \gamma_{H_2O} z_c$$

$$\Rightarrow P_c = 101{,}33 \cdot 10^3 + 0{,}8 \cdot \gamma_{H_2O} \cdot 3 + \gamma_{H_2O} \cdot 2{,}9 \Rightarrow$$

βαρομ. πίεση

$Q_x = A \cdot y =$

$\Rightarrow P_c = 15,4,33 \ kPa$

Apa $F_n = P_c \cdot A = 154,33 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{2}$ [N] $= 16,7 \ kN$

$$y_{cp} = y_c + \frac{I_{x_c x_c}}{y_c A} \simeq y_c$$

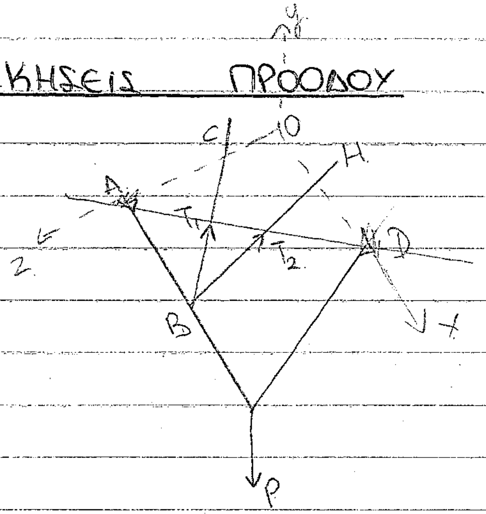
$W = A \cdot t \cdot \gamma_{st} = \ldots$

(1) $\rightarrow \sum M_A = 0 \Rightarrow F_n \cdot [A(P)] + W \cdot d = F_s \cdot \ell$

27/11/09

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΟΔΟΥ

2)



$\vec{T_1} = |T|\vec{e_{BC}}$

$\vec{T_2} = |T|\vec{e_{BH}}$

$\vec{M}^{P}_{AD} + \vec{M}^{T_1}_{AD} + \vec{M}^{T_2}_{AD} = 0 \Rightarrow (\vec{M}_{AD}\cdot\vec{e_{AD}})\vec{e_{AD}} + (\vec{M}^{T_1}_{AD}\cdot\vec{e_{AD}})\vec{e_{AD}} + (\vec{M}^{T_2}_{AD}\cdot\vec{e_{AD}})\vec{e_{AD}} =$

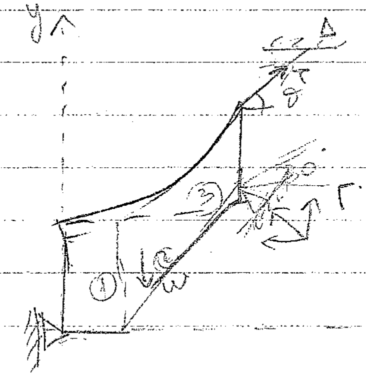
$\vec{r_{AD}} \otimes \vec{P}$ $\quad$ $\vec{r_{AD}} \otimes \vec{T_1}$ $\quad$ $\vec{r_{AD}} \otimes \vec{T_2}$

$T_1 = T_2$

$\vec{T} = -0,93\vec{i} + 12,52\vec{j} - 8,54\vec{k}$

$|T| = 15,18\ N$

3)



$A_1 = 0,2 \cdot 1 = 0,2 m^2$

$x_{c_1} = 0,1 \quad y_{c_1} = 0,5$

$Q_{y_1} = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 m^3$

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 1 = 0,4 m^2$

$x_{c_2} = 0,46 \quad Q_{y_2} = 0,184 m^3$

$A_3 = \int_0^1 (1 + x^2 - 1)dx \Rightarrow A_3 = \frac{1}{3} m^2$

$Q_{y_3} = \int_0^1 x(x^2)dx = 0,25 m^3$

$A = 0,93 m^2$

$x_c = 0,49 m$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x - \Gamma \sin 30 + T\cos\theta = 0$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \Gamma\cos 30° + T\sin\theta - W = 0$

$\Sigma M_\Gamma = 0 \Rightarrow A_x + 0,51W - T\cos\theta = 0$

$T = \frac{1,087W}{2\cos\theta + 0,57\sin\theta}$

7η Σειρά Ασκήσεων

1) $x_c = 115,13$ cm

$y_c = 82,34$ cm

$$I_{xx} = \frac{1}{12}\cdot 210\cdot 80^3 + \frac{1}{12}\,120\cdot 100^3 + \frac{1}{36}\cdot 90\cdot 100^3 + \underbrace{80\cdot 210\cdot 40^2 + \frac{1}{2}90\cdot 100\cdot 13{,}33^2 + 100\cdot 120\cdot 130^2}_{\text{Steiner}} = 3{,}09\,m^4$$

$$I_{yy} = \frac{1}{12}\cdot 80\cdot 210^3 + \frac{1}{12}\cdot 100\cdot 120^3 + \frac{1}{36}\cdot 100\cdot 90^3 + \underbrace{80\cdot 210\cdot 105^2 + \frac{1}{2}\cdot 90\cdot 100\cdot 60^2 + 120\cdot 100\cdot 150^2}_{\text{Steiner}} = 5{,}5\,m^4$$

A = συνολ. εμβαδόν ($dx = y_c$, $dy = x_c$)

$$I_{xx} = I_{x_cx_c} + A d_x^2 = 0{,}83\,cm^4 = I_{x_cx_c}$$

$$I_{yy} = I_{y_cy_c} + A d_y^2 = 1{,}08\,cm^4 = I_{y_cy_c}$$

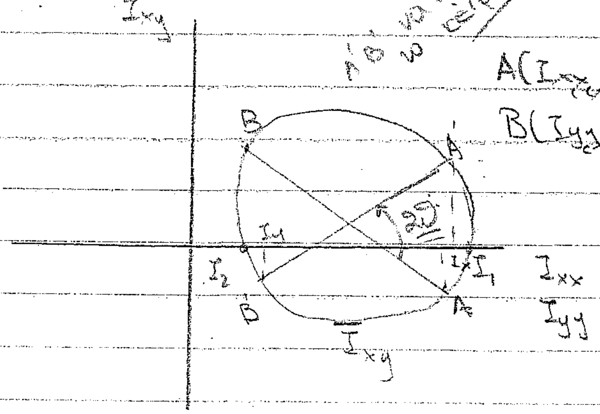
2) Δίνονται

$$I_{x_cx_c} = \frac{1}{36}\,b h^3$$

$$I_{y_cy_c} = \frac{1}{36}\,h b^3$$

$$I_{x_cy_c} = -\frac{b^2h^2}{72}$$

Α' ό το να περνά από κέντρο του κύκλου



$A(I_{x_cx_c}, I_{x_cy_c})$

$B(I_{y_cy_c}, -I_{x_cy_c})$

$I_{x'x'} = 1315,64\ cm^4$

$I_{y'y'} = 2899,87\ cm^4$

$I_{x'y'} = 723,25\ cm^4$

va mv poonadiar

4) $I_{xy} = A d_x d_y$

$I_{xy} = \cancel{I_{xy}}^{0} + A \cdot d_x \cdot d_y$

W : Βάρος που κρέμεται από την τροχαλία

B : Βάρος της φραγματοθυρίδας.

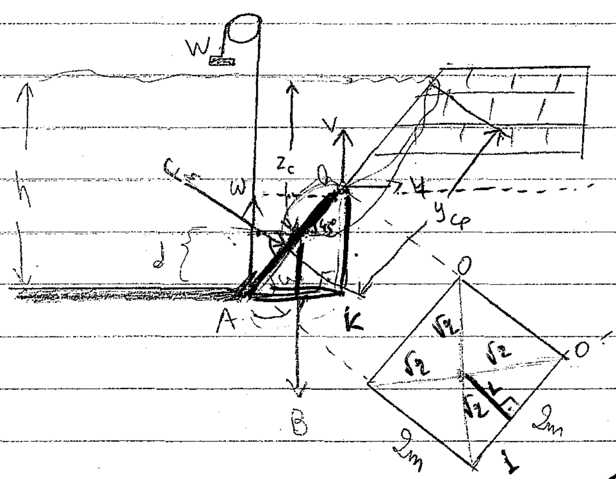
$P_c = \frac{F_n}{A} \Rightarrow \boxed{F_n = P_c \cdot A}$

1/12/09

$z_c = h - d = 6 - d \Rightarrow d = 0,7m$

$\left(d = \sin\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0,7 \right)$

ΑΣΚΗΣΗ



10N
1kg
1000·10
1000kg
10kN

πλευράς $a = 2m$

Τετραγωνική φραγματοθυρίδα στηρίζεται με άρθρωση στο σημείο O και εφάπτεται σε ανένδοτο τοίχωμα στο A. Να υπολογισθεί το βάρος W θεωρώντας την τροχαλία ιδανική, ώστε η φραγματοθυρίδα να ανοίγει όταν η στάθμη του νερού υπερβαίνει τα 6m. Δίνεται βάρος θυρίδας (1 tn) και $\omega = 45°$. $\left(\gamma_{H_2O} = 10^4 \frac{N}{m^3} \right)$

F_n: Δύναμη που ασκεί το νερό κάθετα στην επιφάνεια.

$\Sigma M_O = 0 \Rightarrow \underline{M_O^{F_n}} + \underline{M_O^{B}} + \underline{M_O^{W}} = 0$ (1)

δεν έχω ατμοσφ. πίεση

$F_n = P_c \cdot A = \gamma_{H_2O} \overset{?}{z_c} A = 10^4 \cdot 5,3 \cdot 2 \cdot 2 \; N = 212 \; kN$

$z_c = h - d$

$\boxed{d = \sin\omega} = 0,7$

$y_{cp} = y_c + \frac{I_{x_c x_c}}{y_c A} = 7,5 + \frac{\frac{1}{12} \cdot 2 \cdot 2^3 \; \cancel{\tfrac{1}{3}}}{7,5 \cdot 2 \cdot 2} = 7,54m$

$I_{xv} = I_x$

(όπου $y_c = \frac{z_c}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5,3}{0,707} = 7,5m$

(1) $\rightarrow \boxed{212 \cdot 1,04} + \overset{B \cdot \cos\omega}{10} \cdot 0,71 = W \cdot 1,41 \Rightarrow W = \ldots$

10kN ~ 10 tn

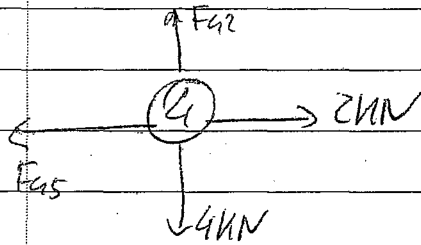
$212 \cdot (1 + (y_{cp} - y_c))$

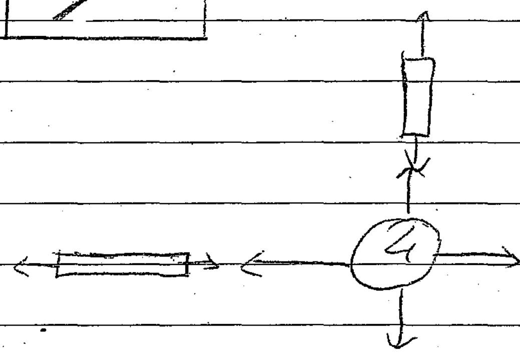
$212 \cdot (1 + 0,04)$

$212 \cdot 1,04$

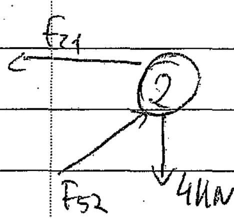
Μηχανική Ι
8/12/2009

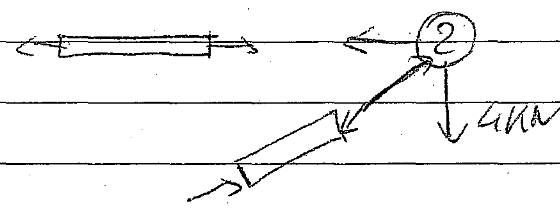
Ράβδοι	Δύναμη	Είδος
34	2	E
32	0	/





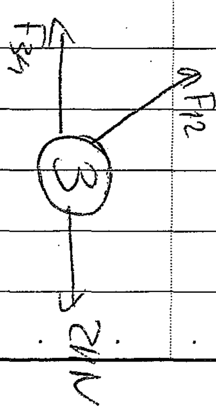
Ράβδοι	Δύναμη	Είδος
45	2	E
42	4	E





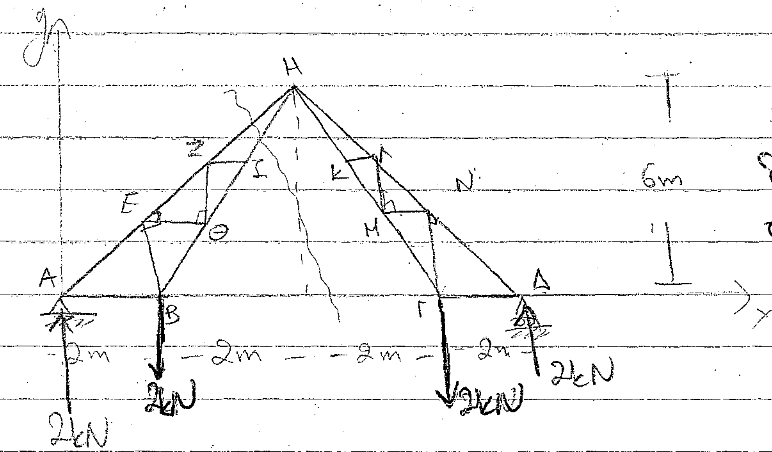
$$F_{25}\frac{\sqrt{2}}{2}=4 \Rightarrow F_{25}=\frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$$

Ράβδοι	Δύναμη	Είδος
25	$4\sqrt{2}$	Θ
21	4	E

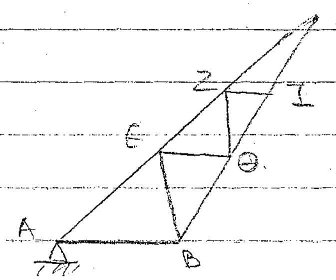


15/12/09

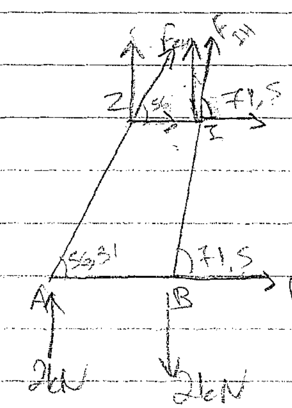
Δικτυώματα : Μέθοδος Τομών



Να βρεθεί η δύναμη που φορτίζει τη ράβδο ΖΗ



Θα μπορούσα να το σχεδιάσω ⇒



$\Sigma M_H = 0 \Rightarrow F_{B\Gamma} \cdot 6 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{B\Gamma} = 0,66 \text{ kN}$

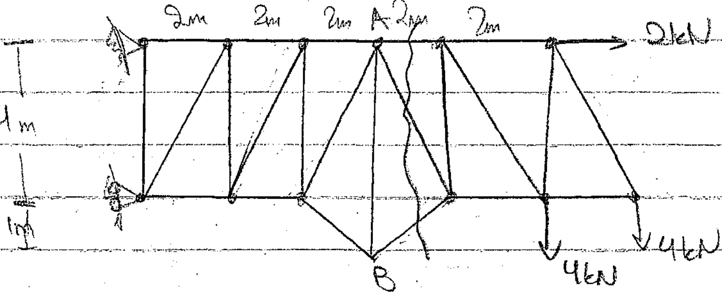
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ZH} \sin 56,31 + F_{IH} \sin 71,5 = 0$

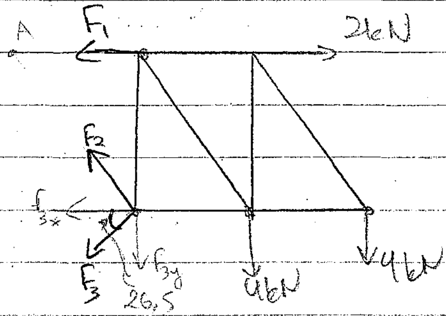
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ZH} \cos 56,31 + F_{IH} \cos 71,5 + 0,66 = 0$

⇒

ΑΣΚΗΣΗ

Να βρεθεί η ελάχιστη επιτρεπτή διάμετρος της ράβδου AB αν η αντοχή της είναι $\sigma_n = 120 \frac{MN}{m^2}$

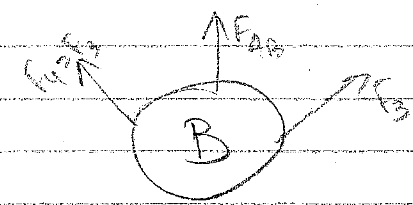




(κάπως έτσι)

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -F_3 \cos 26,5 \cdot 4 - F_3 \sin 26,5 \cdot 2 - 2 \cdot 4 - 4 \cdot 4 - 4 \cdot 6 = 0$

$\Rightarrow F_3 = \alpha\, Nt$



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AB} + 2F_3 \cos w = 0$

$\Rightarrow F_{AB} = 8kN$

$\frac{F_{AB}}{\pi r^2} \leq 120\, MPa$

(όλη η ύλη μέχρι και τα δικτυώματα)

2η πρόοδος Σα. 19/12/2009, ΩΡΑ: 10.00

1 ισορροπία 1 υδροστατική 1 δικτυώματα

Τετάρτη ~~16~~/12 15.00, Παρασκευή 11/12 16.00

Μαράσι Μητέρα οδός Φλέμινγκ 20

Βιομηχανική παιδική ~~σ~~ (5-7 πολύ μηχανικά)

Ράβδος: είναι το λεπτό δομικό ευθύγραμμο μέλος το οποίο μπορεί να φέρει φορτίο αποκλειστικά η μόνον κατά μήκος του άξονά της

Κόμβος είναι το σημείο στο οποίο συντρέχουν 2 ή περισσότερες ράβδοι

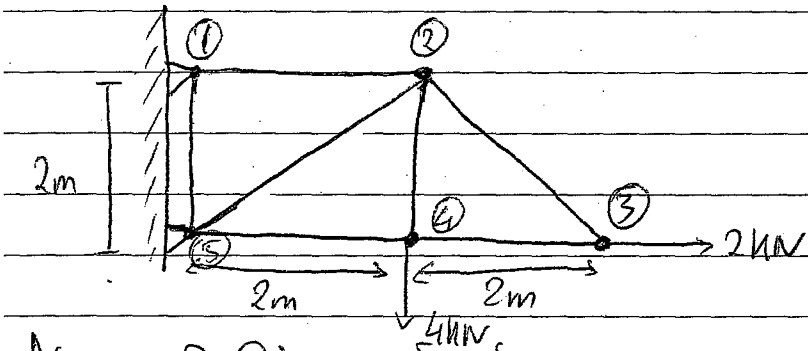
Δικτύωμα: είναι το απλούστερο δικτύωμα αποτελούμενο από τρεις ράβδους και τρεις κόμβους σε σχήμα τριγώνου

Επίλυση δικτυώματος είναι ο προσδιορισμός των δυνάμεων που καταπονούν κάθε ράβδο του δικτυώματος (με το αντίστοιχο πρόσημο).

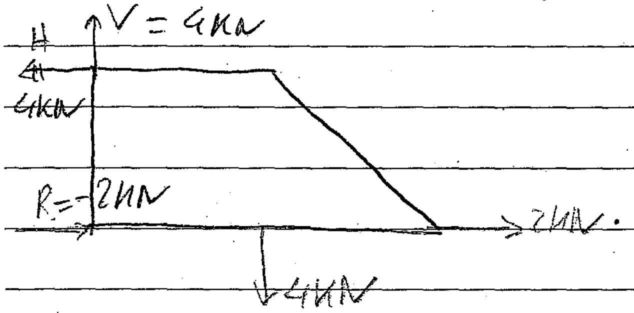
$$\boxed{2m-3=j}$$

ράβδοι, κόμβοι

Επίλυση Δικτυώματος με τη Μέθοδο Κόμβων

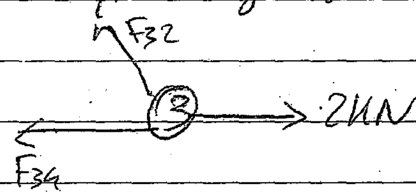


Να επιλυθεί το δικτύωμα



$$\Sigma M_{(1)} = 0 \Rightarrow 2 \cdot 2 - 4 \cdot 2 - R \cdot 2 = 0 \Rightarrow R = \frac{4-8}{2} = -2kN$$

Επιλέγω έναν κόμβο με 2 μόνο αγνώστους



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 2 - F_{34} - F_{32}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow F_{34} = 2kN$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{32}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$