

ΣΕΜΦΕ  
Ακαδ. Έτος: 2009-2010  
Κανονική Εξέταση στο μάθημα  
Φυσική IV: “Κβαντομηχανική Ι“ 4<sup>ο</sup> Εξαμήνου

Διδάσκων: Γ. Ζουπάνος  
Διάρκεια 3 ώρες

06/07/2010  
Επιλέξτε 4 θέματα

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

(Άτομο Υδρογόνου)

Η Χαμιλτονιανή ηλεκτρονίου σε ένα αφόρτιστο άτομο υδρογόνου είναι

$$H = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- i Να υπολογίσετε με το πρότυπο Bohr τις επιτρεπόμενες ενέργειες του ηλεκτρονίου για τις δέσμιες καταστάσεις του σε ένα άτομο υδρογόνου, που περιγράφεται από την Χαμιλτονιανή  $H$ .
- ii Χρησιμοποιώντας τη σχέση αβεβαιότητας  $\Delta r \cdot \Delta p \gtrsim \hbar$  να υπολογίσετε προσεγγιστικά την ενέργεια του ηλεκτρονίου στην θεμελιώδη κατάσταση στο άτομο του υδρογόνου.
- iii Η θεμελιώδης κατάσταση του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου μετά την επίλυση της εξίσωσης Schrödinger είναι  $E = -13.6eV$ . Να συγκρίνετε την τιμή αυτή με τα πιο πάνω αποτελέσματα. (Δίνονται:  $m_e = 9.11 \times 10^{-31}kg$ ,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}C^2N^{-1}m^{-2}$ ,  $e = 1.60 \times 10^{-19}C$  και  $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}J \cdot s$ .)

### Θέμα 2<sup>ο</sup>

(Αρμονικός ταλαντωτής σε μια διάσταση)

Θεωρήστε αρμονικό ταλαντωτή σε μια διάσταση, με μάζα  $m$  και σταθερά ελατήριου  $k = m\omega^2$ .

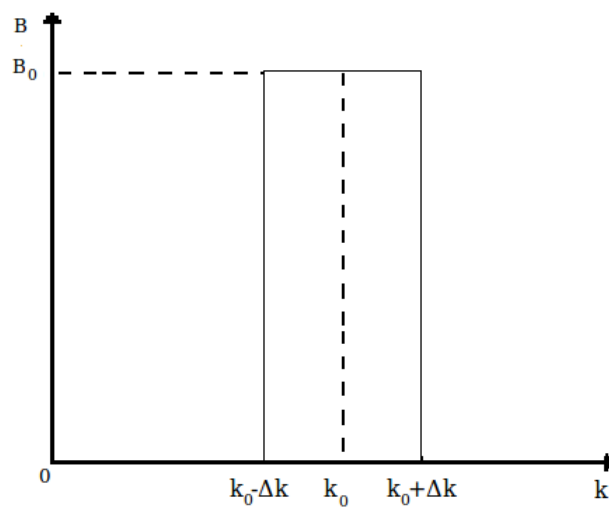
- i Θεωρήστε τη  $n$ -οστή ιδιοκατάσταση της Χαμιλτονιανής του συστήματος και υπολογίστε με την βοήθεια των τελεστών δημιουργίας και καταστροφής ( $a^\dagger$  και  $a$  αντίστοιχα) ή με άλλον τρόπο τις μέσες τιμές των μεγεθών  $\hat{x}$ ,  $\hat{p}$ ,  $\hat{E}_{κιν}$ ,  $\hat{V}$ .
- ii Θεωρήστε ότι το σωματίδιο βρίσκεται στην κατάσταση  $|S\rangle = \frac{1-i}{\sqrt{3}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle$ . Αφού δείξετε ότι η  $S$  είναι κανονικοποιημένη, να υπολογίσετε τις μέσες τιμές των μεγεθών  $\hat{x}$  και  $\hat{p}$ .

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

(Κυματοπακέτα, Χώροι θέσεων - ορμών)

Δίνεται η κυματοσυνάρτηση ενός ελεύθερου σωματιδίου στον χώρο των ορμών ( $p = \hbar \cdot k$ ).

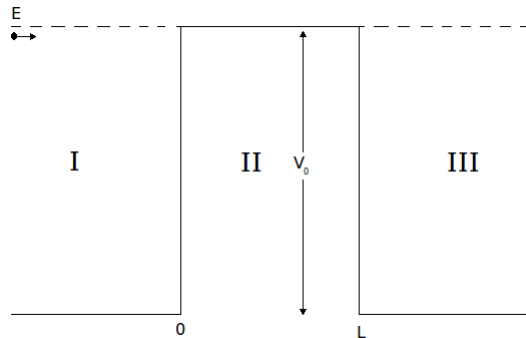
$$B(k) = \begin{cases} B_0 & \text{για } k_0 - \Delta k < k < k_0 + \Delta k \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$



- i Γράψτε (σε ολοκληρωτική μορφή) την κυματοσυνάρτηση  $\Psi(x, t)$  του σωματιδίου στο χώρο των θέσεων.
- ii Υπολογίστε για  $t = 0$  την κυματοσυνάρτηση  $\Psi(x)$  του σωματιδίου.
- iii Να εξετάσετε αν ισχύει η σχέση αβεβαιότητας  $\Delta x \cdot \Delta p \gtrsim \hbar$  για  $t = 0$ .
- iv Κάνοντας την προσέγγιση  $\Delta k \ll k_0$  να υπολογίσετε την κυματοσυνάρτηση του σωματιδίου  $\Psi(x, t)$ . (Υπόδειξη: Κάνετε αλλαγή μεταβλητών  $k = k' + k_0$ .)
- v Ποια είναι η ταχύτητα του κυματοπακέτου;
- vi Εξετάστε πάλι την ισχύ της σχέσης αβεβαιότητας. Τι θα περιμένατε να συμβαίνει στη μορφή του κυματοπακέτου αν δεν είχε γίνει η προσέγγιση  $\Delta k \ll k_0$ ;

### Θέμα 4<sup>ο</sup>

(Μονοδιάστατη σκέδαση σωματιδίων)

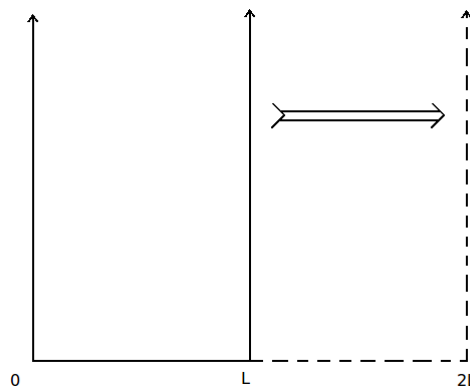


Μια σταθερή μονοενεργειακή δέσμη σωματιδίων με ενέργεια  $E$  και μάζα  $m$  πέφτει από αριστερά πάνω σε ορθογώνιο φράγμα δυναμικού, που έχει μήκος  $L$  και ύψος  $V_0$ . Αν  $E = V_0$  να βρεθούν:

- i Οι κυματοσυναρτήσεις στις διάφορες περιοχές.
- ii Τα ρεύματα πιθανότητας.
- iii Ο συντελεστής διέλευσης.

### Θέμα 5<sup>ο</sup>

(Αξιώματα Κβαντομηχανικής - Πληρότητα χώρου ιδιοκαταστάσεων)



- i Σωματίδιο βρίσκεται σε μονοδιάστατο απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού μήκους  $L$ . Υπολογίστε τις ιδιοενέργειες και τις ιδιοκαταστάσεις του σωματιδίου στο χώρο των θέσεων.
- ii Το σωματίδιο βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση και απότομα επιμηκύνεται το πηγάδι κατά  $L$  προς τα δεξιά. Ποια είναι η πιθανότητα να βρίσκεται το σωματίδιο στη δεύτερη ενεργειακή στάθμη στο νέο σύστημα;

**Καλή Επιτυχία!!!**