

(α) Για τον υπολογισμό της ενεργούς μάζας ηλεκτρονίων (και εφ' όσον δεν έχουν δοθεί πληροφορίες για τη σχέση διασποράς της ενέργειας ηλεκτρονίων, στην περιοχή του ελαχίστου), Θα χρησιμοποιηθούν οι ενεργές πυκνότητες καταστάσεων για τις στάθμες σθένους και αγωγιμότητας,  $N_V=7 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  και  $N_C=4.7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , αντίστοιχα, καθώς και οι ενεργές μάζες οπών  $m_{hh}=0.45m_0$  και  $m_{lh}=0.825m_0$ .

Είναι γνωστό ότι  $N_{C,eff} = 2 \left( \frac{m_n^* kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$  και  $N_{V,eff} = 2 \left( \frac{m_p^* kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$ , επομένως έχουμε:

$$\frac{N_{C,eff}}{N_{V,eff}} = \left( \frac{m_n^*}{m_p^*} \right)^{3/2} \Rightarrow m_n^* = m_p^* \left( \frac{N_{C,eff}}{N_{V,eff}} \right)^{2/3},$$

όπου  $m_p^* = (m_{hh}^{*3/2} + m_{lh}^{*3/2})^{2/3}$  : η ενεργός μάζα πυκνότητας καταστάσεων οπών

Τελικά:

$$m_n^* = (m_{hh}^{*3/2} + m_{lh}^{*3/2})^{2/3} \left( \frac{N_{C,eff}}{N_{V,eff}} \right)^{2/3} \Rightarrow m_n^* = \left[ (m_{hh}^{*3/2} + m_{lh}^{*3/2}) \frac{N_{C,eff}}{N_{V,eff}} \right]^{2/3}$$

$$m_n^* = (0,45^{3/2} + 0,825^{3/2})^{2/3} \left( \frac{N_{C,eff}}{N_{V,eff}} \right)^{2/3} \Rightarrow m_n^* = \left[ (0,45^{3/2} + 0,825^{3/2}) \frac{4,7}{70} \right]^{2/3} m_0 = 0,078m_0$$

(β) Η ενδογενής πυκνότητας φορέων του GaAs, σε θερμοκρασία  $T=300\text{K}$ , υπολογίζεται από τη σχέση

$$n_i = p_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$n_i = p_i = \sqrt{4,7 \times 70} \times 10^{17} \exp\left(-\frac{1400 \text{ meV}}{2 \times 50 \text{ meV}}\right) = 1,25 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$$

(γ) Οι προσμείξεις πυριτίου (Si) στο GaAs θα μπορούσαν να αποτελέσουν προσμείξεις τύπου «Δότες» ή προσμείξεις τύπου «Αποδέκτες», ανάλογα με την πλεγματική θέση την οποία καταλαμβάνουν τα άτομα του Πυριτίου. Συγκεκριμένα, όταν άτομα πυριτίου (με τέσσερα ηλεκτρόνια σθένους) καταλαμβάνουν την πλεγματική θέση ενός ατόμου Ga (με τρία ηλεκτρόνια σθένους), τότε λειτουργούν ως προσμείξεις τύπου «Δότες». Αντίστοιχα, όταν άτομα πυριτίου (με τέσσερα ηλεκτρόνια σθένους) καταλαμβάνουν την πλεγματική θέση ενός ατόμου As (με πέντε ηλεκτρόνια σθένους), τότε λειτουργούν ως προσμείξεις τύπου «Αποδέκτες».

(δ) Όταν προσθέσουμε σε καθαρό GaAs προσμείξεις τύπου «Δότες» με συγκέντρωση  $N_D = 10^9 \text{ cm}^{-3}$ , τότε, σε πεπερασμένη θερμοκρασία  $T$ , ένα μέρος των δοτών ιονίζεται ( $N_D^+$ ), προσφέροντας το διαθέσιμο ηλεκτρόνιο ως φορέα τύπου  $n$ , ενώ το υπόλοιπο ( $N_D^0$ ) παραμένει μη-ιονισμένο, σύμφωνα με τη σχέση

$$N_D^+ = N_D - N_D^0 = N_D - \frac{N_D}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

όπου η  $E_F$  είναι η προς υπολογισμό τιμή του επιπέδου Fermi. Η τιμή αυτή προσδιορίζεται από

Η πλήρης έκφραση (χωρίς προσεγγίσεις) για τον υπολογισμό του επιπέδου Fermi του συστήματος είναι η σχέση ουδετερότητας (μηδενικού συνολικού φορτίου):

$$p + N_D^+ = n,$$

η οποία γράφεται αναλυτικά, με τη μορφή εξίσωσης ως προς το, προς προσδιορισμό, επίπεδο Fermi

$$N_V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) + \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

Στην προσέγγιση του ολικού ιονισμού:  $p + N_D = n$ , ενώ:  $pn = n_i^2$ . Αντικαθιστώντας την δεύτερη σχέση στην πρώτη, παίρνουμε:  $n^2 - N_D n - n_i^2 = 0$ , το οποίο έχει ρίζες

$$n = \frac{1}{2} \left[ N_D \pm \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2} \right],$$

Στην τελευταία σχέση, φυσικά αποδεκτή είναι μόνο η ρίζα με το θετικό πρόσημο, και, επειδή  $N_D^2 \gg 4n_i^2$ , ( $10^{24} \gg 1,5 \times 10^{12}$ ), έχουμε τελικά:  $n \approx N_D$ , οπότε

$$N_D = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \Rightarrow \frac{E_C - E_F}{kT} = \ln\left(\frac{N_C}{N_D}\right) \Rightarrow E_C - E_F = kT \ln\left(\frac{N_C}{N_D}\right) = 326,5 \text{ meV}$$

Με βάση το προηγούμενο αποτέλεσμα για το επίπεδο Fermi, υπολογίζουμε το ποσοστό ιονισμού των δοτών, από την σχέση

$$N_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{320,2}{25}\right)} = 0,999995 N_D$$

Επομένως, η προσέγγιση του ολικού ιονισμού ήταν εύλογη.